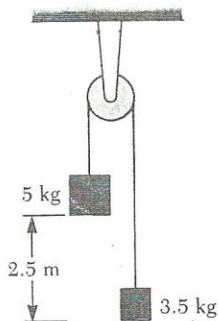


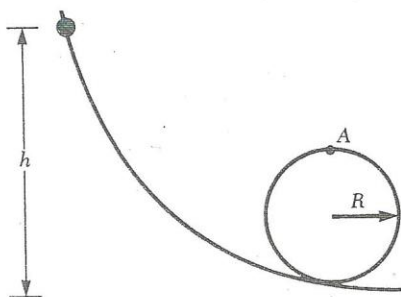
# ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ – ΕΡΓΟ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- ταχύτητα στην αρχή είναι 4 m/s; (c) Ποια είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος;
10. Χρησιμοποιήστε τον νόμο διατήρησης της ενέργειας για να προσδιορίσετε την τελική ταχύτητα μιας μάζας 5.0 kg που είναι δεμένη σε ένα ελαφρό σχοινί περασμένο γύρω από μια αβαρή τροχαλία χωρίς τριβή και συνδέεται με μια άλλη μάζα 3.5 kg, όταν η μάζα των 5.0 kg έχει πέσει (ξεκινώντας από την κατάσταση ηρεμίας) και έχει διανύσει απόσταση 2.5 m (βλ. Σχήμα 8.16.)



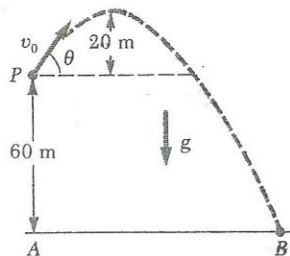
Σχήμα 8.16 (Πρόβλημα 10).

11. Μια χάντρα ολισθαίνει χωρίς τριβή κάνοντας την ανακύκλωση (βλ. Σχήμα 8.17). Αν η χάντρα αφήνεται από ύψος  $h = 3.5 R$ , ποια είναι η ταχύτητά της στο σημείο A; Πόση είναι η κάθετη δύναμη σε αυτήν αν η μάζα της είναι 5.0 g;



Σχήμα 8.17 (Πρόβλημα 11).

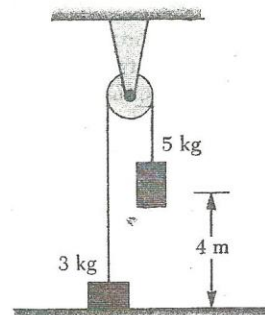
12. Σώμα μάζας 0.5 kg εκτινάσσεται από το σημείο P, όπως στο Σχήμα 8.18, με αρχική ταχύτητα  $v_0$  που έχει οριζόντια συνιστώσα 30 m/s. Το σώμα ανεβαίνει σε μέγιστο ύψος 20 m πάνω από το P. Χρησιμοποιώντας τη διατήρηση της ενέργειας, προσδιορίστε: (a) την κατακόρυφη συνιστώσα της  $v_0$ , (b) το έργο που παράγει η βαρυτική δύναμη στο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του από το σημείο P στο B, και (c) την οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα του διανύσματος της ταχύτητας όταν το σώμα θα φτάσει στο B.



Σχήμα 8.18 (Πρόβλημα 12).

## Υποκεφάλαιο 8.4 Βαρυτική δυναμική ενέργεια κοντά στην επιφάνεια της Γης

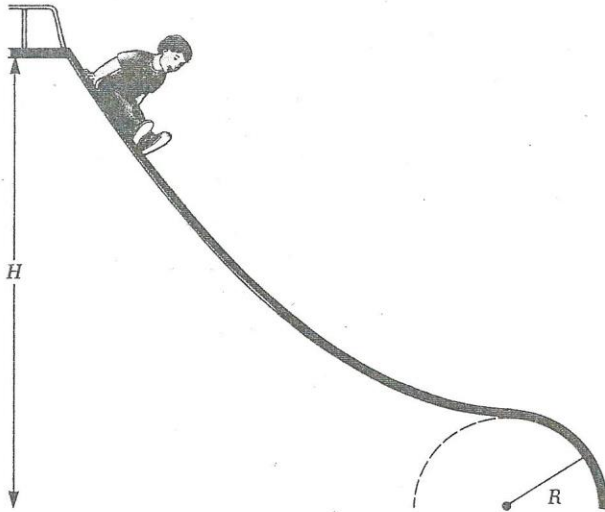
13. Ένας πυραύλος εκτοξεύεται με γωνία  $53^\circ$  ως προς το οριζόντιο επίπεδο από ύψος  $h$  με ταχύτητα  $v_0$ . (a) Χρησιμοποιήστε ενεργειακές μεθόδους για να βρείτε την ταχύτητα του πυραύλου όταν το ύψος του είναι  $h/2$ . (b) Βρείτε τις συνιστώσες  $x$  και  $y$  της ταχύτητας όταν το ύψος του πυραύλου είναι  $h/2$ , χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι  $v_x = v_{x0}$  = σταθερή (αφού  $a_x = 0$ ) και τα αποτελέσματα του μέρους (a).
14. Μάζα 5 kg είναι δεμένη σε ένα ελαφρό νήμα μήκους 2 m ώστε να σχηματίζει εκκενρές (βλ. Σχήμα 8.5). Στη μάζα δίνεται αρχική ταχύτητα 4 m/s στο κατώτατο σημείο της τροχιάς της. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $37^\circ$  με την κατακόρυφο, βρείτε (a) τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της μάζας, (b) την ταχύτητα της μάζας και (c) την τάση του νήματος. (d) Ποιο είναι το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η μάζα πάνω από την κατώτατη θέση της;
15. Μια μπάλα μάζας 0.5 kg ρίχνεται κατακόρυφα προς τα επάνω με αρχική ταχύτητα 16 m/s. Εάν υποθεθεί ότι η αρχική της δυναμική ενέργεια είναι ίση με το μηδέν, βρείτε την κινητική ενέργεια, τη δυναμική ενέργεια και την ολική μηχανική ενέργειά της: (a) στην αρχική της θέση, (b) όταν το ύψος της είναι 5 m και (c) όταν φτάσει στην κορυφή της πτήσης της. (d) Βρείτε το μέγιστο ύψος χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης της ενέργειας.
16. Μια μπάλα μάζας 0.4 kg ρίχνεται στον αέρα και φτάνει σε μέγιστο ύψος 20 m. Εάν ληφθεί η αρχική της θέση ως σημείο μηδενικής δυναμικής ενέργειας και χρησιμοποιώντας ενεργειακές μεθόδους, βρείτε (a) την αρχική ταχύτητά της, (b) την ολική μηχανική ενέργειά της και (c) τον λόγο της κινητικής ενέργειάς της προς τη δυναμική ενέργεια όταν το ύψος της είναι 10 m.
17. Δύο μάζες συνδέονται με ένα ελαφρό νήμα περασμένο γύρω από μια ελαφρά τροχαλία χωρίς τριβή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.19. Η μάζα των 5 kg αφήνεται



Σχήμα 8.19 (Πρόβλημα 17).

ενώ προηγουμένως ακινητούσε. Χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης τής ενέργειας, (a) προσδιορίστε την ταχύτητα τής μάζας τών 3 kg ακριβώς μόλις η μάζα τών 5 kg χτυπήσει στο έδαφος. (b) Βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ανεβεί η μάζα τών 3 kg.

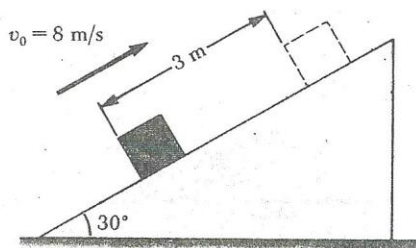
18. Ένα παιδί γλιστράει προς τα κάτω σε μια τσουλήθρα χωρίς τριβή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.20. Σε συνάρτηση με τα  $R$  και  $H$ , σε ποιο ύψος,  $h$ , το παιδί θα χάσει την επαφή του με το τμήμα τής τσουλήθρας ακτίνας  $R$ ;



Σχήμα 8.20 (Πρόβλημα 18).

### Υποκεφάλαιο 8.5 Οι μη διατηρητικές δυνάμεις και το θεώρημα έργου-ενέργειας

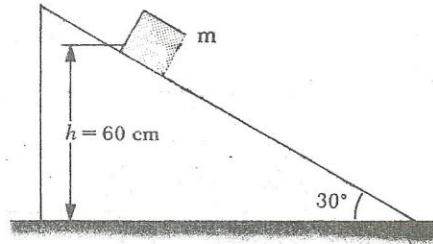
19. Ένα σώμα μάζας 5 kg ρίχνεται κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, όπως στο Σχήμα 8.21, με αρχική ταχύτητα 8 m/s από κάτω προς τα επάνω. Το σώμα ηρεμεί αφού διατρέξει 3 m κατά μήκος τού επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνία κλίσης τού κεκλιμένου επιπέδου είναι  $30^\circ$ . (a) Προσδιορίστε τη μεταβολή τής κινητικής του ενέργειας. (b) Προσδιορίστε τη μεταβολή τής δυναμικής ενέργειας. (c) Βρείτε τη δύναμη τριβής στο σώμα (που υποτίθεται ότι είναι σταθερή). (d) Ποιος είναι ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως;



Σχήμα 8.21 (Πρόβλημα 19).

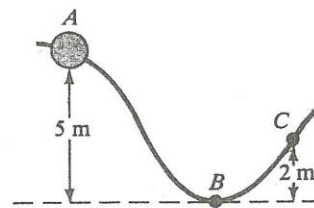
20. Σώμα που έχει μάζα 3 kg ξεκινά από ύψος  $h = 60$  cm πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $30^\circ$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.22. Αφού φτάσει στη βάση τού κεκλιμένου επιπέδου, το σώμα ολισθαίνει πάνω σε

μία οριζόντια επιφάνεια. Αν ο συντελεστής τριβής και στις δύο επιφάνειες είναι  $\mu_k = 0.20$ , πόση απόσταση θα διατρέξει το σώμα στην οριζόντια επιφάνεια προτού σταματήσει; (Υπόδειξη: χωρίστε τη διαδρομή σε δύο ευθύγραμμα τμήματα).



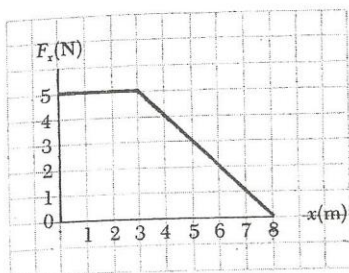
Σχήμα 8.22 (Πρόβλημα 20).

21. Ένα παιδί ξεκινά από την κορυφή μιας τσουλήθρας ύψους  $h = 4$  m (βλέπε Σχήμα 8.7). (a) Ποια είναι η ταχύτητά του στο κάτω μέρος τής τσουλήθρας, αν δεν υπάρχει τριβή; (b) Αν φτάσει με ταχύτητα 6 m/s, ποιο ποσοστό τής ολικής του ενέργειας χάθηκε λόγω τής τριβής;
22. Μια χάντρα μάζας 0.5 kg ολισθαίνει κατά μήκος ενός καμπυλόγραμμου σύρματος, ξεκινώντας από το σημείο A, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.23. Το τμήμα από το A έως το B είναι λείο και το τμήμα από το B έως το C είναι τραχύ. (a) Βρείτε την ταχύτητα τής χάντρας στο B. (b) Αν η χάντρα σταματάει στο C, βρείτε το συνολικό έργο που παράγει η τριβή κατά τη διαδρομή από το B έως το C. (c) Ποιο είναι το συνολικό έργο που παράγεται από τις μη διατηρητικές δυνάμεις καθώς η χάντρα κινείται από το A στο C;



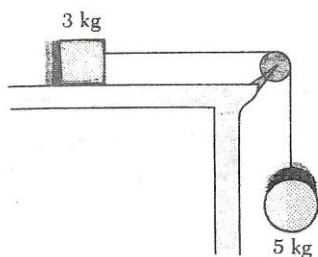
Σχήμα 8.23 (Πρόβλημα 22).

23. Ένα παιδί μάζας 25 kg σε μια κούνια μήκους 2 m αφήνεται ελεύθερο όταν τα σχοινιά τής κούνιας σχηματίζουν γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφο. (a) Εάν δεν ληφθεί υπ' όψιν η τριβή, βρείτε την ταχύτητα τού παιδιού στη χαμηλότερη θέση. (b) Αν η ταχύτητα τού παιδιού στη θέση αυτή είναι 2 m/s, ποια είναι η ενέργεια που χάθηκε λόγω τής τριβής;
24. Μια δύναμη  $F_x$  που μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την απόσταση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.24, ασκείται πάνω σε μια μάζα 5 kg. Αν η μάζα ξεκινά ενώ ήταν ακίνητη στο  $x = 0$  m, προσδιορίστε την ταχύτητα τής μάζας στα σημεία  $x = 2, 4$  και 6 m.



Σχήμα 8.24 (Πρόβλημα 24).

25. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος μάζας 3.0 kg και της επιφάνειας στο Σχήμα 8.25 είναι 0.40. Ποια είναι η ταχύτητα της μάζας των 5.0 kg όταν έχει πέσει κατά μια κατακόρυφη απόσταση 1.5 m;



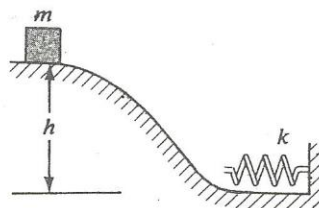
Σχήμα 8.25 (Πρόβλημα 25).

26. Ένα όπλο-παιχνίδι χρησιμοποιεί ένα ελατήριο για να εκτοξεύει μια λαστιχένια σφαίρα μάζας 5.3 g. Η σταθερά του ελατηρίου είναι 8.0 N/m, η κάννη του όπλου έχει μήκος 15 cm και υπάρχει μια σταθερή δύναμη τριβής 0.032 N μεταξύ της κάννης και της σφαίρας. Με ποια ταχύτητα εκτοξεύεται η σφαίρα από την κάννη του όπλου, αν το ελατήριο συσπειρωθεί κατά 5.0 cm;
27. Μια μάζα 2.5 kg είναι δεμένη σε ένα ελαφρό ελατήριο με  $k = 65 \text{ N/m}$ . Το ελατήριο εκτείνεται και αφήνεται ελεύθερο να ταλαντώνεται πάνω σε μια λεία οριζόντια επιφάνεια. Όταν το ελατήριο εκταθεί κατά 10 cm, η κινητική ενέργεια της μάζας και η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι ίσες. Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα της μάζας;

**Υποκεφάλαιο 8.6 Δυναμική ενέργεια αποθηκευμένη σε ένα ελατήριο**

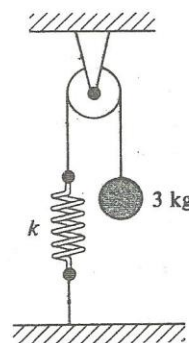
28. Ένα ελατήριο έχει σταθερά 300 N/m. Πόσο έργο πρέπει να παραχθεί στο ελατήριο ώστε αυτό να εκταθεί (a) κατά 4 cm από τη θέση ισορροπίας του και (b) από  $x = 2 \text{ cm}$  έως  $x = 4 \text{ cm}$ , όπου  $x = 0$  είναι η θέση ισορροπίας του; (Όταν το ελατήριο δεν είναι τεταμένο, η δυναμική ενέργεια ορίζεται ίση με το μηδέν).
29. Η σταθερά ενός ελατηρίου είναι ίση με 500 N/m. Ποια είναι η ελαστική δυναμική ενέργεια που αποθηκεύεται στο ελατήριο όταν αυτό (a) επιμηκύνεται κατά 4 cm από τη θέση ισορροπίας, (b) συσπειρώνεται κατά 3 cm από τη θέση ισορροπίας και (c) δεν έχει εκταθεί;
30. Ένα σώμα μάζας  $m$  αφήνεται, ενώ προηγουμένως ακινητούσε, και ολισθαίνει προς τα κάτω κατά μήκος

μιας λείας διαδρομής ύψους  $h$  πάνω από ένα τραπέζι (βλ. Σχήμα 8.26). Στο κάτω μέρος της τροχιάς, όπου η επιφάνεια είναι οριζόντια, το σώμα συγκρούεται και κολλάει σε ένα ελαφρό ελατήριο. (a) Βρείτε τη μέγιστη απόσταση κατά την οποία συσπειρώνεται το ελατήριο. (b) Υπολογίστε μια αριθμητική τιμή για την απόσταση αυτή, αν  $m = 1.0 \text{ kg}$ ,  $h = 2 \text{ m}$  και  $k = 400 \text{ N/m}$ .



Σχήμα 8.26 (Πρόβλημα 30).

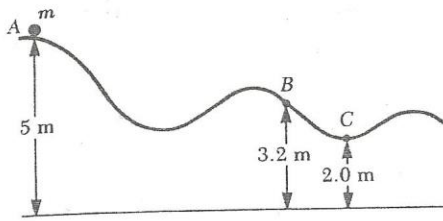
31. Ένα σώμα μάζας 8 kg κινείται πάνω σε μια τροχιά οριζόντια επιφάνεια και συγκρούεται με ένα ελατήριο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.9. Η ταχύτητα του σώματος ακριβώς πριν από τη σύγκρουση είναι 4 m/s. Καθώς το σώμα ανασπνδά προς τα αριστερά με το ελατήριο μη συσπειρωμένο, η ταχύτητα του σώματος όταν φεύγει από το ελατήριο είναι 3 m/s. Αν ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος και της επιφάνειας είναι 0.4, υπολογίστε (a) το έργο που παράγει η τριβή ενώ το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο και (b) τη μέγιστη απόσταση κατά την οποία συμπιέζεται το ελατήριο.
32. Μια μάζα 3 kg είναι δεμένη σε ένα ελαφρό ελατήριο περασμένο γύρω από μια τροχαλία (βλ. Σχήμα 8.27). Η τροχαλία είναι χωρίς τριβές και η μάζα αφήνεται όταν το ελατήριο δεν έχει εκταθεί. Αν η μάζα πέφτει κατά μια απόσταση 10 cm προτού σταματήσει, βρείτε (a) τη σταθερά του ελατηρίου και (b) την ταχύτητα της μάζας όταν βρίσκεται 5 cm κάτω από το σημείο από το οποίο ξεκίνησε.



Σχήμα 8.27 (Πρόβλημα 32).

33. Ένα σώμα μάζας 0.25 kg τοποθετείται πάνω σε ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k = 5000 \text{ N/m}$  και ωθείται προς τα κάτω, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά μια απόσταση 0.1 m. Καθώς το σώμα αφήνεται ελεύθερο, εγκαταλείπει το ελατήριο και εξακολουθεί να κινείται προς τα επάνω. Μέχρι ποιο μέγιστο ύψος

έργο που παράγει η δύναμη τής βαρύτητας στη διάρκεια τής κίνησης του σώματος από το σημείο A στο C.



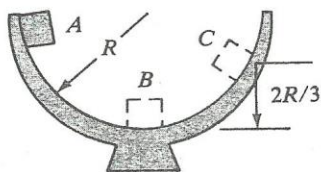
Σχήμα 8.31 (Πρόβλημα 43).

\* Υποκεφάλαιο 8.10 Ισοδυναμία μάζας-ενέργειας

44. Βρείτε την ενέργεια που ισοδυναμεί στη μάζα των ακόλουθων σωμάτων: (a) ενός ηλεκτρονίου μάζας  $9.11 \times 10^{-31}$  kg, (b) ενός ατόμου ουρανίου μάζας  $4.0 \times 10^{-25}$  kg, (c) ενός συνδετήρα χαρτιών μάζας 2 g, (d) τής Γης, που έχει μάζα  $5.99 \times 10^{24}$  kg.
45. Η σωστή σχέση για την κινητική ενέργεια ενός σωματίου που κινείται με ταχύτητα  $v$  δίνεται από την Εξίσωση 7.27, η οποία μπορεί να γραφεί ως  $K = \gamma mc^2 - mc^2$ , όπου ο παράγοντας  $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ . Ο όρος  $\gamma mc^2$  είναι η ολική ενέργεια του σωματίου και ο όρος  $mc^2$  είναι η ενέργεια ηρεμίας του. Ένα πρωτόνιο κινείται με ταχύτητα  $0.990c$ , όπου  $c$  είναι η ταχύτητα του φωτός. Βρείτε (a) την ενέργεια ηρεμίας του, (b) την ολική του ενέργεια και (c) την κινητική του ενέργεια.

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

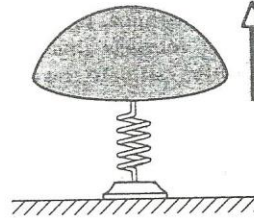
46. Ένα σώμα μάζας 200 g αφήνεται ελεύθερο ενώ ήταν σε κατάσταση ηρεμίας στο σημείο A που βρίσκεται στην άκρη μιας διαμέτρου πάνω στην εσωτερική επιφάνεια ενός λείου ημισφαιρικού κυπέλλου ακτίνας  $R = 30$  cm (βλ. Σχήμα 8.32). Υπολογίστε (a) την βαρυτική δυναμική ενέργεια στο σημείο A σε σχέση με το σημείο B, (b) την κινητική του ενέργεια στο σημείο B, (c) την ταχύτητά του στο σημείο B και (d) την κινητική και τη δυναμική του ενέργεια στο σημείο C.



Σχήμα 8.32 (Πρόβλημα 46 και 47).

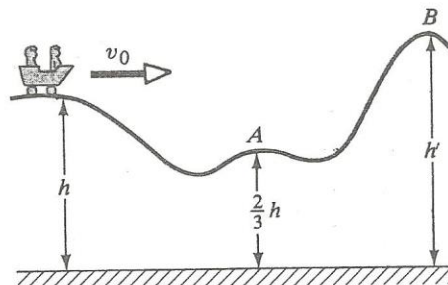
47. Το σώμα που περιγράφηκε στο Πρόβλημα 46 (Σχήμα 8.32) αφήνεται, ενώ προηγουμένως ακινητούσε στο σημείο A και η επιφάνεια του κυπέλλου είναι τραχιά. Η ταχύτητα του σώματος στο σημείο B είναι  $1.5$  m/s. (a) Ποια είναι η κινητική ενέργειά του στο B; (b) Πόση ενέργεια χάθηκε λόγω τής τριβής καθώς το σώμα μεταβαίνει από το A στο B; (c) Είναι δυνατό να προσδιοριστεί το  $\mu$  από αυτά τα αποτελέσματα με έναν απλό τρόπο; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
48. Ένα παιδικό παιχνίδι αποτελείται από ένα κομμάτι

πλαστικό τοποθετημένο πάνω σε ένα ελατήριο (βλ. Σχήμα 8.33). Το ελατήριο συμπιέζεται κατά 2 cm και το παιχνίδι αφήνεται ελεύθερο. Αν η μάζα του παιχνιδιού είναι 100 g και αυτό ανεβαίνει σε μέγιστο ύψος 60 cm, υπολογίστε τη σταθερά του ελατηρίου.



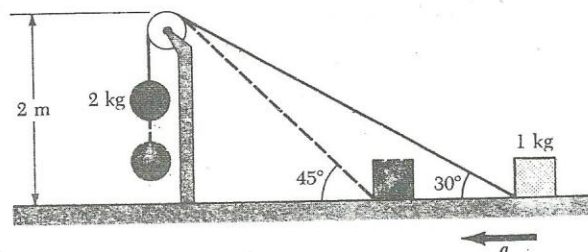
Σχήμα 8.33 (Πρόβλημα 48).

49. Σε ένα δαγονάκι που κινείται χωρίς τριβή δίνεται μια αρχική ταχύτητα  $v_0$  σε ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.34. Η ακτίνα καμπυλότητας τής τροχιάς στο σημείο A είναι  $R$ . (a) Βρείτε τη μέγιστη τιμή  $v_0$  που είναι αναγκαία ώστε το δαγονάκι να μην εκτροχιαστεί στο σημείο A. (b) Χρησιμοποιώντας την τιμή τής  $v_0$  που υπολογίστηκε στην (a) προσδιορίστε την τιμή του  $h'$ , που είναι αναγκαίο ώστε το δαγονάκι να φτάσει ακριβώς μέχρι το σημείο B.



Σχήμα 8.34 (Πρόβλημα 49).

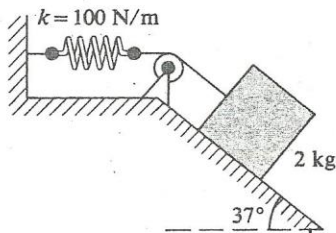
50. Μια μάζα 2 kg είναι αναρτημένη με ένα λεπτό νήμα περασμένο από μια τροχαλία χωρίς τριβή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.35. Το άλλο άκρο του νήματος συνδέεται με μια μάζα 1 kg που βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια λεία επιφάνεια. Το σύστημα αρχίζει να κινείται και το τμήμα του νήματος στο οποίο είναι δεμένη η μάζα 1 kg σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο. Αργότερα, όταν το ίδιο τμήμα του



Σχήμα 8.35 (Πρόβλημα 50).

νήματος σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με την οριζόντιο, πόσο έργο έχει παραχθεί πάνω στη μάζα  $1 \text{ kg}$ ; (Η τροχαλία βρίσκεται σε ύψος  $2 \text{ m}$  πάνω από την επιφάνεια και η επιφάνεια είναι λεία).

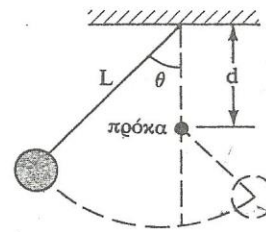
51. Οι μάζες του ακοντιού, του δίσκου και της σφαίρας είναι  $0.8 \text{ kg}$ ,  $2.0 \text{ kg}$  και  $7.2 \text{ kg}$ , αντίστοιχα, και τα ρεκόρ σε αγώνες στίβου είναι περίπου  $89 \text{ m}$ ,  $69 \text{ m}$ , και  $21 \text{ m}$ , αντίστοιχα. Εάν δεν ληφθεί υπ' όψιν η αντίσταση του αέρα, (a) υπολογίστε τις ελάχιστες κινητικές ενέργειες με τις οποίες μπορούν να επιτευχθούν αυτές οι βολές και (b) εκτιμήστε τη μέση δύναμη που ασκείται σε καθένα από τα τρία σώματα κατά τη διάρκεια της προσπάθειας του αθλητή, εάν υποθεθεί ότι η δύναμη δρα επί μια απόσταση  $2 \text{ m}$ . (c) Δείχνουν τα αποτελέσματά σας ότι η αντίσταση του αέρα είναι ένας σημαντικός παράγοντας;
52. Ένας ολυμπιονίκης στο άλμα σε ύψος που έχει ύψος  $2 \text{ m}$  πηδά  $2.3 \text{ m}$ , πάνω από έναν οριζόντιο πήχυ. Εκτιμήστε την ταχύτητα με την οποία πρέπει να εγκαταλείψει το έδαφος στην προσπάθειά του να επιτύχει την παραπάνω επίδοση. (Υπόδειξη: Εκτιμήστε τη θέση του κέντρου βάρους του αθλητή πριν από το άλμα και υποθέστε ότι το σώμα του βρίσκεται σε οριζόντια θέση όταν φτάνει στην κορυφή του άλματος).
53. Αποδείξτε ότι οι παρακάτω δυνάμεις είναι διατηρητικές και βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας που αντιστοιχεί σε αυτές τις δυνάμεις όταν  $x_i = 0$  και  $x_f = x$ : (a)  $F_x = ax + bx^2$ , (b)  $F_x = Ae^{ax}$  ( $a, b, A$  και  $a$  είναι σταθερές).
54. Βρείτε τις δυνάμεις που αντιστοιχούν στις ακόλουθες συναρτήσεις δυναμικής ενέργειας: (a)  $K/y$ , (b)  $bx^3$ , (c)  $e^{-ax}/r$ . ( $K, b$  και  $a$  είναι σταθερές).
55. Ένα σώμα μάζας  $2 \text{ kg}$  βρίσκεται πάνω σε ένα τραχύ κεκλιμένο επίπεδο και είναι συνδεδεμένο με ένα αδραές ελατήριο σταθεράς  $100 \text{ N/m}$  (βλ. Σχήμα 8.36). Το σώμα αφήνεται όταν το ελατήριο δεν είναι τεταμένο και η τροχαλία είναι χωρίς τριβή. Το σώμα διανύει  $20 \text{ cm}$  προς τα κάτω στο κεκλιμένο επίπεδο προτού σταματήσει. Βρείτε τον συντελεστή τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.



Σχήμα 8.36 (Προβλήματα 55 και 56).

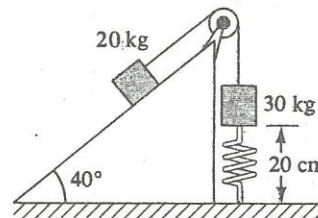
56. Υποθέστε ότι το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο για το σύστημα που περιγράφηκε στο Πρόβλημα 55 (βλ. Σχήμα 8.36). Το σώμα αφήνεται, ενώ προηγουμένως ακινητούσε, με το ελατήριο αρχικά τεταμένο. (a) Πόσο διάστημα θα διανύσει προς τα κάτω στο κεκλιμένο επίπεδο προτού σταματήσει; (b) Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος όταν φτάσει στο κατώτερο σημείο; Είναι η επιτάχυνση σταθερή; (c) Περιγράψτε τις μετατροπές ενέργειας που γίνονται καθώς το σώμα κατεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο.

57. Μια σφαίρα δεμένη στην άκρη ενός νήματος περιστρέφεται γρήγορα σε κατακόρυφο κύκλο. Αν η ολική ενέργεια της σφαίρας παραμένει σταθερή, αποδείξτε ότι η τάση του νήματος στο χαμηλότερο σημείο είναι μεγαλύτερη από την τάση στο ψηλότερο σημείο κατά το εξαπλάσιο του βάρους της σφαίρας.
58. Ένα εκκρεμές μήκους  $L$  ταλαντώνεται πάνω σε κατακόρυφο επίπεδο. Το νήμα χτυπά σε μια πρόκα που βρίσκεται σε απόσταση  $d$  κάτω από το σημείο ανάρτησης του εκκρεμούς (βλ. Σχήμα 8.37). (a) Αποδείξτε ότι αν το εκκρεμές αφηθεί ελεύθερο από ένα ύψος πιο κάτω από το ύψος της πρόκας, θα ξαναγυρίσει σε αυτό το ύψος αφού χτυπήσει στην πρόκα. (b) Αποδείξτε ότι αν το εκκρεμές αφηθεί ελεύθερο από την οριζόντια θέση ( $\theta = 90^\circ$ ) και πρόκειται να διαγράψει έναν πλήρη κύκλο που έχει κέντρο την πρόκα, τότε η ελάχιστη τιμή του  $d$  πρέπει να είναι  $3L/5$ .



Σχήμα 8.37 (Πρόβλημα 58).

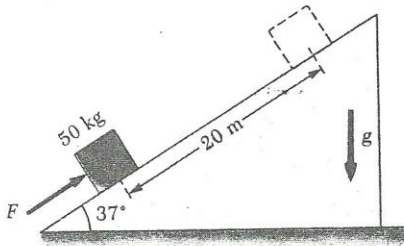
59. Ένα σώμα μάζας  $20 \text{ kg}$  είναι συνδεδεμένο με ένα άλλο σώμα μάζας  $30 \text{ kg}$  μέσω ενός νήματος που είναι περασμένο από μια τροχαλία χωρίς τριβή. Το σώμα μάζας  $30 \text{ kg}$  είναι δεμένο σε ένα ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς  $250 \text{ N/m}$ , όπως στο Σχήμα 8.38. Το ελατήριο δεν είναι τεταμένο όταν το σύστημα είναι έτσι όπως παριστάνεται στο σχήμα, και το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο. Το σώμα των  $20 \text{ kg}$  σύρεται κατά μια απόσταση  $20 \text{ cm}$  προς τα κάτω επί του κεκλιμένου επιπέδου (έτσι ώστε το σώμα των  $30 \text{ kg}$  να βρεθεί  $40 \text{ cm}$  πάνω από το έδαφος) και αφήνεται ελεύθερο. Βρείτε την ταχύτητα καθενός σώματος όταν το σώμα των  $30 \text{ kg}$  βρίσκεται  $20 \text{ cm}$  πάνω από το έδαφος (δηλαδή όταν το ελατήριο δεν είναι τεταμένο).



Σχήμα 8.38 (Πρόβλημα 59).

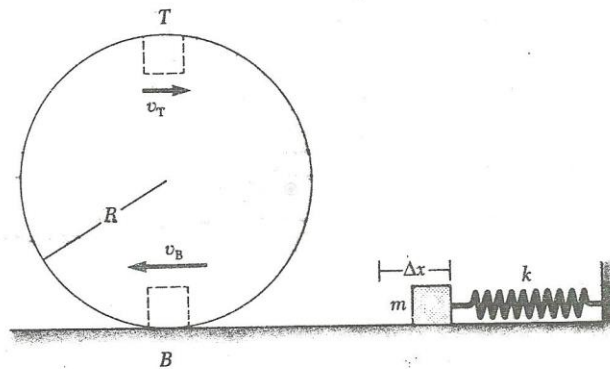
60. Μια συνάρτηση δυναμικής ενέργειας για ένα σύστημα είναι  $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$ . (a) Προσδιορίστε τη δύναμη  $F_x$  ως συνάρτηση του  $x$ . (b) Για ποιες τιμές του  $x$  η δύναμη είναι ίση με το μηδέν; (c) Σχεδιάστε την  $U(x)$  ως συνάρτηση του  $x$  και την  $F_x$  ως συνάρτηση του  $x$  και υποδείξτε σημεία ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας.

61. Ένας γερανός πρόκειται να σηκώσει σώμα μάζας 2 000 kg σε ύψος 150 m σε 1 min με σταθερό ρυθμό. Ποια ηλεκτρική ισχύς απαιτείται ώστε να κινείται ο κινητήρας του γερανού αν το 35% της ηλεκτρικής ισχύος μετατρέπεται σε μηχανική ισχύ; (Είναι λογικό να μη λάβουμε υπ' όψιν την κινητική ενέργεια σε αυτή τη διαδικασία;).
62. Ένα σώμα μάζας  $m$  αρχίζει να πέφτει από ύψος  $h$  καταυθείαν πάνω στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου που έχει σταθερά  $k$ . Βρείτε τη μέγιστη απόσταση κατά την οποία θα συσπειρωθεί το ελατήριο.
63. Μια δύναμη  $F$  δρα πάνω σε ένα σώμα μάζας 50 kg, όπως δείχνει το Σχήμα 8.39. Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα 10 m/s προς τα επάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο και διανύει απόσταση 20 m. Ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu_k = 0.2$ . Υπολογίστε το έργο που παράγεται πάνω στο σώμα από (a) τη δύναμη  $F$ , (b) τη δύναμη τής τριβής και (c) τη δύναμη τής βαρύτητας.



Σχήμα 8.39 (Πρόβλημα 63).

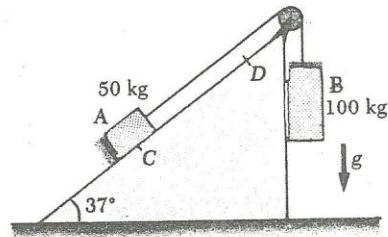
64. Ένα σώμα μάζας 5 kg που μπορεί να κινείται πάνω σε οριζόντια λεία επιφάνεια είναι δεμένο σε ένα ελατήριο. Το ελατήριο συμπιέζεται κατά 0.1 m από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο. Η ταχύτητα του σώματος είναι 1.2 m/s όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του ελατηρίου. Το ίδιο πείραμα επαναλαμβάνεται πάλι αλλά η λεία επιφάνεια αντικαθίσταται από μια επιφάνεια με συντελεστή τριβής ολισθήσεως  $\mu_k = 0.3$ . Προσδιορίστε την ταχύτητα του σώματος στη θέση ισορροπίας του ελατηρίου.
65. Ένα σώμα μάζας 0.5 kg ωθείται ενάντια προς ένα οριζόντιο ελατήριο αμελητέας μάζας και το συσπειρώνει κατά  $\Delta x$  (βλ. Σχήμα 8.40). Η σταθερά του



Σχήμα 8.40 (Πρόβλημα 65).

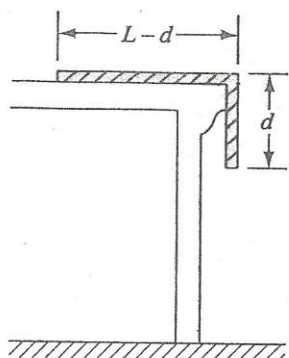
ελατηρίου είναι 450 N/m. Όταν αφηθεί ελεύθερο, το σώμα κινείται κατά μήκος μιας οριζόντιας λείας επιφάνειας έως το σημείο B, που είναι το χαμηλότερο σημείο μιας κατακόρυφης κυκλικής τροχιάς ακτίνας  $R = 1$  m και εξακολουθεί να κινείται προς τα επάνω, στην κυκλική τροχιά, που δεν είναι λεία. Η ταχύτητα του σώματος στο σημείο B είναι  $v_B = 12$  m/s και το σώμα υφίσταται μια μέση δύναμη τριβής 7.0 N, καθώς ολισθαίνει προς τα επάνω στην κυκλική τροχιά. (a) Ποια ήταν η αρχική συσπίρωση του ελατηρίου; (b) Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος στην κορυφή της κυκλικής τροχιάς; (c) Θα φτάσει το σώμα στην κορυφή της τροχιάς ή θα πέσει προτού φτάσει στην κορυφή;

66. Η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας ενός σώματος ως συνάρτηση της απόστασης  $x$  είναι  $U = Ax^2 - Bx^3$ , όπου τα  $A$  και  $B$  είναι θετικές σταθερές. (a) Βρείτε την έκφραση της δύναμης που ασκείται στο σώμα ως συνάρτηση του  $x$ . (b) Προσδιορίστε το σημείο ή τα σημεία όπου η δύναμη μηδενίζεται. (c) Θα είναι η ισορροπία του σώματος ευσταθής σε αυτά τα σημεία; (d) Τι είδους κίνηση θα προκύψει, αν το σώμα αφηθεί ελεύθερο σε μικρή απόσταση από καθένα από αυτά τα σημεία;
67. Δύο σώματα A και B (μαζών 50 kg και 100 kg, αντίστοιχα) συνδέονται με ένα νήμα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.41. Η τροχαλία είναι χωρίς τριβή και έχει αμελητέα μάζα. Ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος A και του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu_k = 0.25$ . Προσδιορίστε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος A καθώς αυτό κινείται στο κεκλιμένο επίπεδο από το C στο D κατά μια απόσταση 20 m προς τα επάνω.



Σχήμα 8.41 (Πρόβλημα 67).

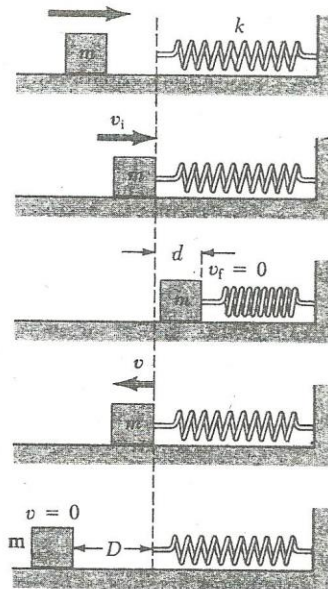
68. Ένα ομογενές σχοινί μήκους  $L$  βρίσκεται πάνω σε ένα οριζόντιο λείο τραπέζι. Ένα τμήμα τού σχοινιού μήκους  $d$  κρέμεται έξω από το τραπέζι. Τότε το σχοινί αφήνεται ελεύθερο (βλ. Σχήμα 8.42). Χρησιμοποιώντας ενεργειακές μεθόδους, βρείτε (α) την ταχύτητα τού σχοινιού τη στιγμή που ολόκληρο το σχοινί εγκαταλείπει το τραπέζι και (β) τον χρόνο που απαιτείται για να συμβεί αυτό. (Υπόδειξη: μελετήστε την κίνηση τού κέντρου βάρους τού σχοινιού).



Σχήμα 8.42 (Πρόβλημα 68).

69. Ένα σώμα μάζας  $1.0 \text{ kg}$  ολισθαίνει προς τα δεξιά πάνω σε μια επιφάνεια με συντελεστή τριβής  $\mu = 0.25$  (βλ. Σχήμα 8.43). Το σώμα έχει ταχύτητα  $v_i = 3 \text{ m/s}$ , όταν προσκρούει σε ένα ελατήριο σταθεράς  $k = 50 \text{ N/m}$ . Το σώμα σταματά αφού το ελατήριο συσπειρωθεί κατά απόσταση  $d$ . Στη συνέχεια το σώμα ωθείται προς τα αριστερά από το ελατήριο και εξακολουθεί

να κινείται προς αυτή τη διεύθυνση πέρα από τη θέση ισορροπίας τού ελατηρίου. Τελικά, το σώμα σταματά σε απόσταση  $D$  προς τα αριστερά από τη θέση ισορροπίας τού ελατηρίου. Βρείτε τα ακόλουθα: (α) την απόσταση συσπίρωσης  $d$ , (β) την ταχύτητα  $v$  στη θέση ισορροπίας τού ελατηρίου και (γ) την απόσταση  $D$  όπου το σώμα θα σταματήσει, αριστερά από τη θέση ισορροπίας τού ελατηρίου.



Σχήμα 8.43 (Πρόβλημα 69).