ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΜΕ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ.

Ονομάζουμε ειδικό ύψος της γραμμής ενέργειας H_0 την απόσταση της γραμμής ενέργειας από τον πυθμένα της κατασκευής μέσα στην οποία λαμβάνει χώρα η ροή.

Η έννοια αυτή χρησιμοποιείται κυρίως για ροή σε ανοικτούς αγωγούς.

Για κατασκευές (κανάλια, διώρυγες) με μικρές κλίσεις και αρκετά ομοιόμορφη κατανομή ταχυτήτων (ώστε να μπορούμε να θέσουμε $\alpha=1$), η εξίσωση Bernoulli γράφεται:

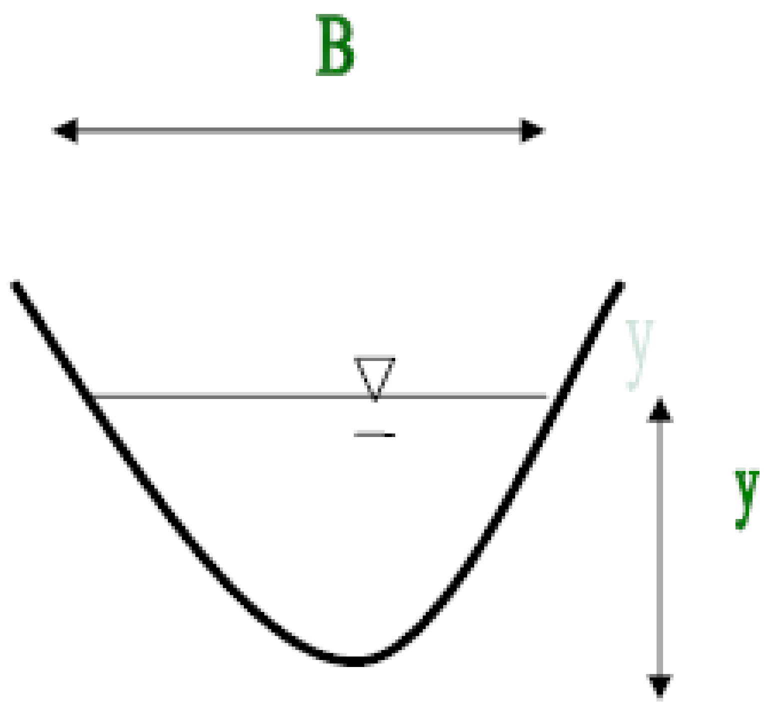
$$\mathrm{H}_0 = y + \frac{v^2}{2g}. \qquad (1)$$

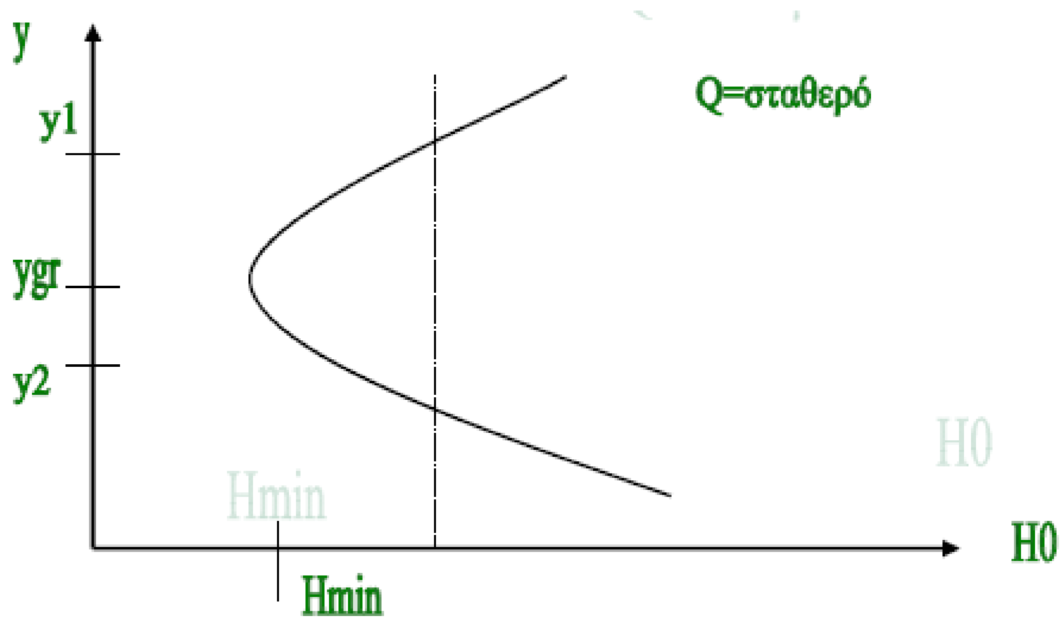
Όπου y το βάθος ροής και v η ταχύτητα.

Παίρνοντας υπόψη μας ότι:

$$v=Q/A \qquad (2)$$

όπου Q είναι η παροχή και A η διατομή ροής. Προφανώς στην περίπτωση ροής με ελεύθερη επιφάνεια η διατομή ροής δεν είναι σταθερά *αλλά* είναι συνάρτηση το βάθους ροής


B
y


y
y1
ygr
y2
Q=σταθερό
H0
Hmin

Το ειδικό ύψος ενέργειας γράφεται:

$$\mathrm{H}_0 = y + \frac{Q^2}{2A^2 g} \tag{3}$$

Είναι δυνατόν να αποδειχτεί ότι για ένα ζευγάρι τιμών H_0 και Q υπάρχουν δύο δυνατές τιμές για το βάθος ροής: y_1 και y_2,εκτός από την περίπτωση όπου το H παίρνει την ελάχιστη τιμή του οπότε προκύπτει ένα μόνο βάθος ροής το οποίο ονομάζεται κρίσιμο βάθος ροής κα θα συμβολιστεί στην συνέχεια με $y_{\kappa\rho}$. (Βλέπε σχήμα 2).

Στο κρίσιμο αυτό βάθος ροή αντιστοιχεί μία κρίσιμη επιφάνεια διατομής $\mathrm{A}_{\kappa\rho}$, και μία κρίσιμη ταχύτητα $v_{\kappa\rho} = \dfrac{Q}{A_{\kappa\rho}}$.

Το ποιο από τα δύο πιθανά βάθη ροής θα λάβει χώρα εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες.

Η ροή ονομάζεται υποκρίσιμη εάν $y > y_{\kappa\rho}$ $(v < v_{\kappa\rho})$, ενώ αν $y < y_{\kappa\rho}$ $(v > v_{\kappa\rho})$ η ροή ονομάζεται υπερκρίσιμη.

Η ταχύτητα για την περίπτωση κρίσιμης ροής είναι η ταχύτητα διάδοσης μικρών διαταραχών στην ελεύθερη επιφάνεια.

Επειδή η ταχύτητα αυτή μετριέται σε σχέση με την ταχύτητα ροής, για την περίπτωση υπερκρίσιμης ροής $(v > vgr)$ μία διαταραχή δεν μπορεί να μεταδοθεί ανάντη. Για αυτό σε μία ορισμένη υδραυλική διατομή ο υδραυλικός έλεγχος λαμβάνει χώρα πάντα ανάντη.

Όπως είναι γνωστό από την Ρευστομηχανική χρήσιμος για τον χαρακτηρισμό της ροής είναι ο αριθμός Froude ο οποίος εκφράζει τον λόγο των δυνάμεων αδρανείας προς τις δυνάμεις βαρύτητας και είναι δυνατόν να ορισθεί σαν:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gA/B}}.$$

Για την περίπτωση υπερκρίσιμης ροής ο αριθμός Froude παίρνει τιμές μεγαλύτερες από τη μονάδα, για υποκρίσιμη ροή τιμές μικρότερες από τη μονάδα και για κρίσιμη ροή έχουμε $Fr = 1$.

Για ανοικτούς αγωγούς ορθογωνικής διατομή, η διατομή ροής είναι γραμμική συνάρτηση του βάθους ροής :

$$A=By \quad (4)$$

Όπου B το πλάτος του καναλιού

Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να ορίσουμε την ειδική παροχή σαν:

$$q=Q/B \quad (5)$$

και η εξίσωση (3) γράφεται:

$$\mathrm{H}_0 = y + \frac{q^2}{2y^2 g} \quad (6)$$

Αντίστοιχα ο αριθμός Froude μπορεί να γραφεί σε πιο απλή μορφή:

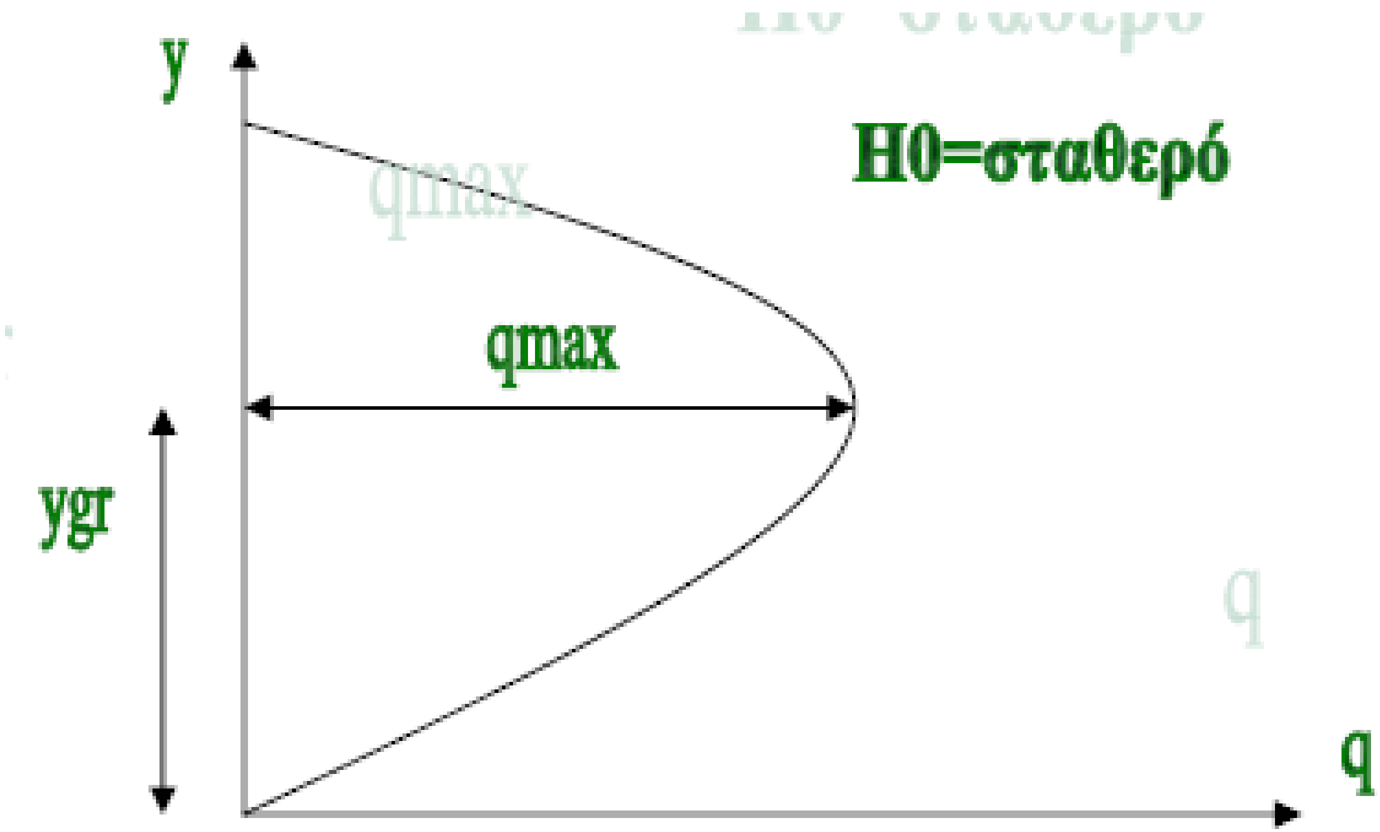
$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (7)$$

Για την περίπτωση ορθογωνικής διατομής μπορούμε να υπολογίσουμε το κρίσιμο βάθος ροής από την σχέση:

$$y_{κρ} = \sqrt[3]{\frac{(Q/B)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Προφανώς είναι δυνατόν να σχεδιάσουμε ανάλογες καμπύλες με αυτήν του σχήματος (2) (στις οποίες είχαμε θεωρήσει *Q=σταθερό*), για περίπτωση σταθερού ή δεδομένου ύψους ειδικής ενέργειας.

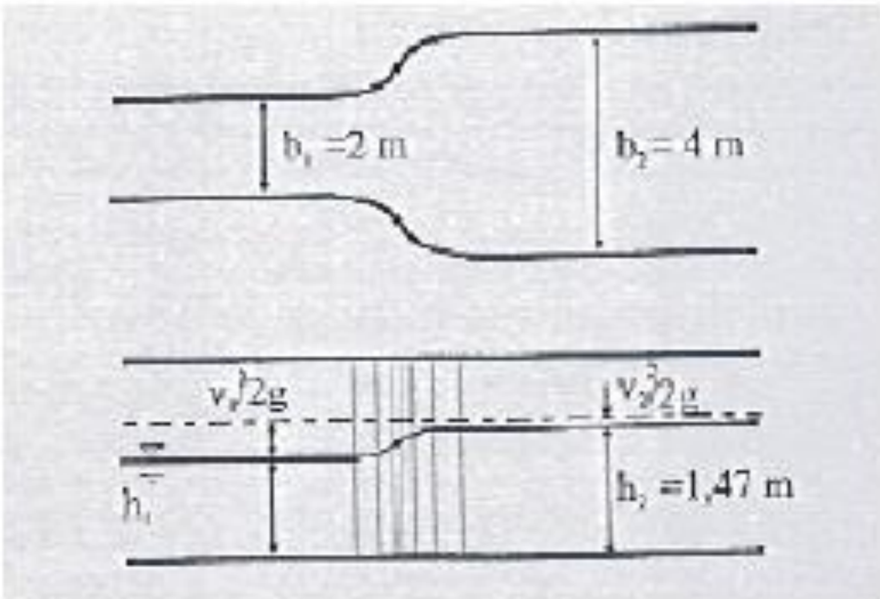
Αν σχεδιάσουμε το βάθος ροής συναρτήσει της ειδικής παροχής *q*, προκύπτουν επίσης για μία τιμής της ειδικής παροχής δύο δυνατές τιμές του βάθους ροής εκτός από την περίπτωση της μέγιστης ειδικής παροχής για την οποία αντιστοιχεί το κρίσιμο βάθος ροής.


y
H0=σταθερό
qmax
ygr
q

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΟΦΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟ ΑΓΩΓΟ ΜΕ ΑΜΕΛΗΤΕΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Το πλάτος ενός ανοικτού καναλιού διευρύνεται από $b_1 = 2m$ σε $b_2 = 4m$. Λόγω της κατασκευής οι απώλειες κατά την διεύρυνση του καναλιού μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Για παροχή $Q = 5m^3 / s$ το βάθος ροής στην *διατομή 2* είναι ίσο με $y_2 = 1{,}47\,m$.

Υπολογείστε το βάθος ροής την ταχύτητα και το ύψος ενέργειας στην *διατομή 1*.



Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ενέργειας (Bernoulli) στις διατομές 1 και 2:

$$h_{E1} = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_{E2} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Όπου $v_2 = \dfrac{Q}{A_2} = \dfrac{Q}{y_2 b_2} = \dfrac{5}{1,47 \cdot 4} = 0,85 m/s$

και

$$h_{E2} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} = 1,47 + \frac{0,85^2}{2g} = 1,47 + 0,0368 = 1,507 m$$

προφανώς $h_{E1} = h_{E2}$

Για το πρώτο κομμάτι της εξίσωσης ισχύει ότι:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{y_1 b_1}$$

Κατά συνέπεια :

$$h_{E2} = h_{E1} = y_1 + \frac{Q^2}{2b_1^2 y_1 g}$$

$$h_{E2} \cdot y_1^2 \cdot b_1^2 \cdot 2g - y_1^3 \cdot b_1^2 \cdot 2g - Q^2 = 0$$

Η παραπάνω πρωτοβάθμια εξίσωση μπορεί να επιλυθεί

1. Αναλυτικά (Εξίσωση του Cardano)
2. Με τη μέθοδο των δοκιμών
3. Γραφικά
4. Αριθμητικά (μέθοδος Newton-Raphson)

Προκύπτει ότι :

$$y_1 = 1{,}33m$$

$$v_1 = \sqrt{2g\left(h_{E1} - y_1\right)} = 1{,}88m/s$$

Ο τύπος του Chezy.

Ο τύπος του Chezy δίνει την μέση ταχύτητα σε αγωγό με σταθερή, ομοιόμορφη ροή, ως εξής:

$$U = C\,(R \cdot J)^{1/2}$$

όπου U = η μέση ταχύτητα (m/s), C = ο συντελεστής του Chezy, που εξαρτάται από το υλικό του αγωγού και την τραχύτητά του, R = η υδραυλική ακτίνα (m) και J ή S = η κλίση κατά μήκος του αγωγού (m/m).

Σημειώνεται ότι, εφόσον πρόκειται για σταθερή και ομοιόμορφη ροή, η κλίση J, η οποία σε μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας συμβολίζεται με S (slope), είναι ταυτόχρονα η κλίση του πυθμένα, και η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας. Οι δύο κλίσεις δηλαδή ταυτίζονται, επειδή το βάθος είναι ομοιόμορφο.

Ο συντελεστής C εξαρτάται από την υδραυλική ακτίνα R_H και την σχετική τραχύτητα του αγωγού, και δίνεται από δύο διαφορετικούς τύπους:

του Bazin:

$$C = \frac{87 \cdot \sqrt{R_H}}{\gamma + \sqrt{R_H}}$$

και του Kutter:

$$C = \frac{100 \cdot \sqrt{R_H}}{n + \sqrt{R_H}}$$

Η υδραυλική ακτίνα R_H, έχει διαστάσεις μήκους, και είναι:

$$R_H = \frac{\beta\rho\varepsilon\chi\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta\_\varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha}{\beta\rho\varepsilon\chi\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta\_\pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma}$$

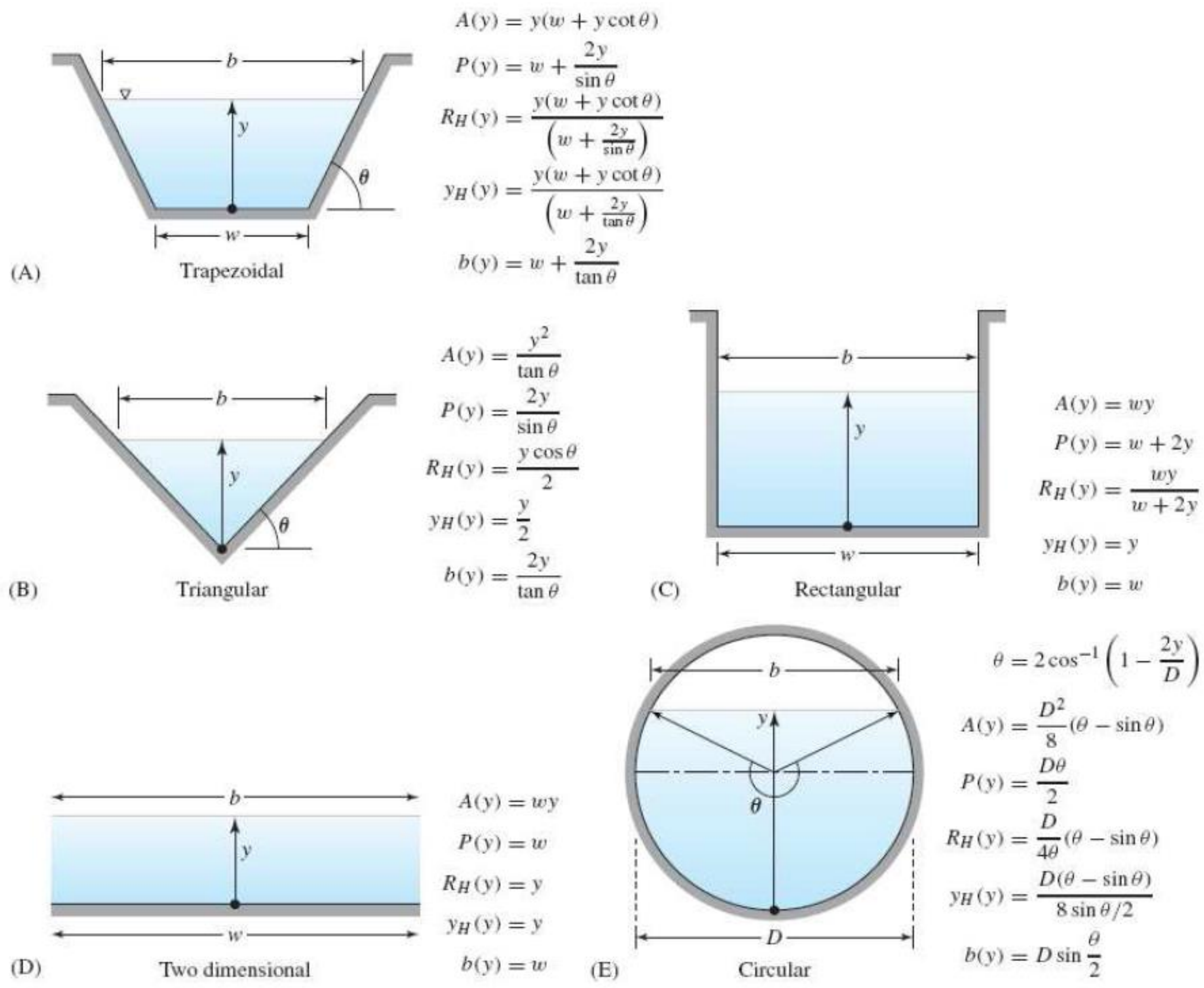
Η βρεχόμενη επιφάνεια είναι το εμβαδό της διατομής που καλύπτει το νερό. Η βρεχόμενη, ή υγρή περίμετρος, είναι το μήκος της διατομής που "βρέχεται" από το νερό. Οι βρεχόμενες επιφάνειες, οι βρεχόμενες περίμετροι, και οι υδραυλικές ακτίνες για διάφορες διατομές, δίνονται στο σχήμα 50, μαζί με άλλα στοιχεία.

Ο τύπος των Manning – Strickler.

Ο τύπος αυτός διαφέρει κάπως από αυτόν του Chezy, αλλά περιέχει τις ίδιες παραμέτρους:

$$U = K_S \cdot R_{\mathrm{H}}^{2/3} \cdot J^{1/2}$$

Τα R_H και J είναι και εδώ η υδραυλική ακτίνα και η κλίση αντίστοιχα, ενώ K_S είναι ένας διαφορετικός συντελεστής τραχύτητας, ο οποίος δίνεται από λεπτομερείς πίνακες.



Σχήμα 50. Η υδραυλική ακτίνα σε διάφορες διατομές ανοικτών αγωγών.

Στα πλαίσια της υδραυλικής μελέτης ζητείται να υπολογισθεί το βάθος ροής για πλημμυρική παροχή $Q = 50m^3 / s$, θεωρώντας ότι η ροή μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη

Η διατομή της διώρυγας είναι τραπεζοειδής, με πλάτος πυθμένα *b=3m*, πλευρική κλίση (ύψος:πλάτος) *1:m=1:2*, κατά μήκος κλίση *I=0,5%*. Δίνεται συντελεστής Manning $k_{st} = 30m^{1/3} / s$

Η επιφάνεια ροής δίνεται από την σχέση:

$A = y(b + my)$, όπου y το βάθος ροής,

ενώ η βρεχόμενη περίμετρος από την σχέση:

$$U = b + 2\sqrt{1 + m^2}\, y$$

Για να βρω τη λύση του προβλήματος χρησιμοποιώ την εξίσωση Gaukler Manning-Strickler

$$Q = k_{st} I^{\frac{1}{2}} A \cdot R^{2/3}$$