ΠΛΗΜΜΥΡΕΣ (FLOOD)

ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ (FLOOD ROUTING)

Flood routing, είναι μία τεχνική εύρεσης του πλημμυρικού υδρογραφήματος σε ένα τμήμα ποταμού χρησιμοποιώντας στοιχεία της ροής σε ένα ή σε περισσότερα τμήματα του ποταμού ανάντη του δεδεμένου τμήματος.

Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες routing: are *reservoir routing* και *channel routing*. Η διαφορά μεταξύ τους είναι ότι στο *reservoir routing* η κλίση της ροής είναι μηδέν ενώ στο *channel routing* είναι μη μηδενική. Θα ασχοληθούμε με το *channel routing*.

Στο *channel routing* το πλημμυρικό υδρογράφημα προβλέπεται από στοιχεία εισροής στο ανάντη σημείο του τμήματος του ποταμού. Πληροφορίες για το flood-peak attenuation όσο και για τη διάρκεια των high-water levels, που προβλεπονται από το *channel routing*, είναι εξαιρετικά σημαντικές για τα αντιπλημμυρικά έργα.

Η ροή σε ένα τμήμα του ποταμού επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες, όπως η χωρητικότητα του καναλιού, η αντίσταση (τριβές), η εισροή από εγκάρσιες ροές κτλ. Αν δεν υπάρχουν εγκάρσιες ροές, το πλημμηρικό κύμα υπόκειται σε attenuation εξαιτίας των τριβών.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι routing που χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: hydrologic routing, και (ii) hydraulic routing. Οι μέθοδοι hydrologic routing χρησιμοποιούν ουσιαστικά τη διατήρηση της μάζας (εξίσωση συνέχειας). Θα ασχοληθούμε με αυτές τις μεθόδους.

Βασικές εξισώσεις

Η εξίσωση συνέχειας εκφράζει το γεγονός ότι ο ρυθμός μεταβολής του storage σε ένα τμήμα του ποταμού είναι η διαφορά μεταξύ του ρυθμού εισροής και εκροής.

I = ρυθμός εισροής, Q = ρυθμός εκροής, και S = storage του καναλιού. Η εξίσωση συνέχειας γράφεται

$$I - Q = \frac{dS}{dt}$$

Διακριτοποιώντας το χρόνο με βήμα Δt μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση στη μορφή

$$\bar{I}\,\Delta t - \bar{Q}\,\Delta t = \Delta S$$

Ορίζοντας $\bar{I} = (I_1 + I_2)/2$ και $\bar{Q} = (Q_1 + Q_2)/2$ όπου οι τιμές 1 και 2 αναφέρονται στην αρχή και το τέλος του κάθε δεδομένου χρονικού διαστήματος Δt. Οπότε έχουμε την εξίσωση της συνέχειας στη μορφή

$$\left(\frac{I_1 + I_2}{2}\right)\Delta t - \left(\frac{Q_1 + Q_2}{2}\right)\Delta t = S_2 - S_1$$

Μορφές storage στο κανάλι

Prism Storage Είναι ο όγκος του νερού που μεταφέρεται στο κανάλι σε ομοιόμορφη ροή.
Wedge Storage Είναι ο όγκος του νερού μεταξύ του prism storage και του όγκου που ορίζεται από την πραγματική επιφάνεια του νερού.

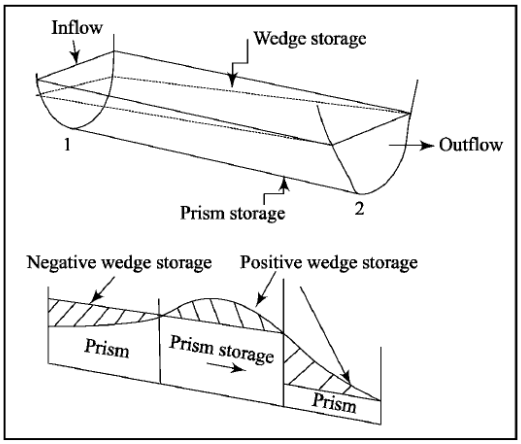


Fig. 5.7 *Storage in a channel reach*

Το prism storage είναι αντίστοιχο του storage του reservoir routing όπου το S μεταβάλλεται διαμέσου της αλλαγής του ύψους της ομοιόμορφα οριζόντιας επιφάνειας του νερού και είναι συνάρτηση μόνο του Q.Απ'ο την άλλη πλευρά το wedge storage ενσωματώνει την πληροφορία του σχήματος της επιφάνειας του νερού καθώς το κύμα περνάει από αυτό αυτό το κομμάτι του ποταμού, και μπορούμε να υποθέσουμε ότι επηρεάζεται από το I.

Ένα καθιερωμένο μοντέλο που ενσωματώνει αυτές τις ιδέες δίνεται από τη σχέση

$$S = K\,[x\,I^m + (1 - x)\,Q^m]$$

όπου τα K και x και m είναι σταθερές του μοντέλου. Έχει βρεθεί σε φυσικά κανάλια ο εκθέτης m είναι περίπου 1.0.

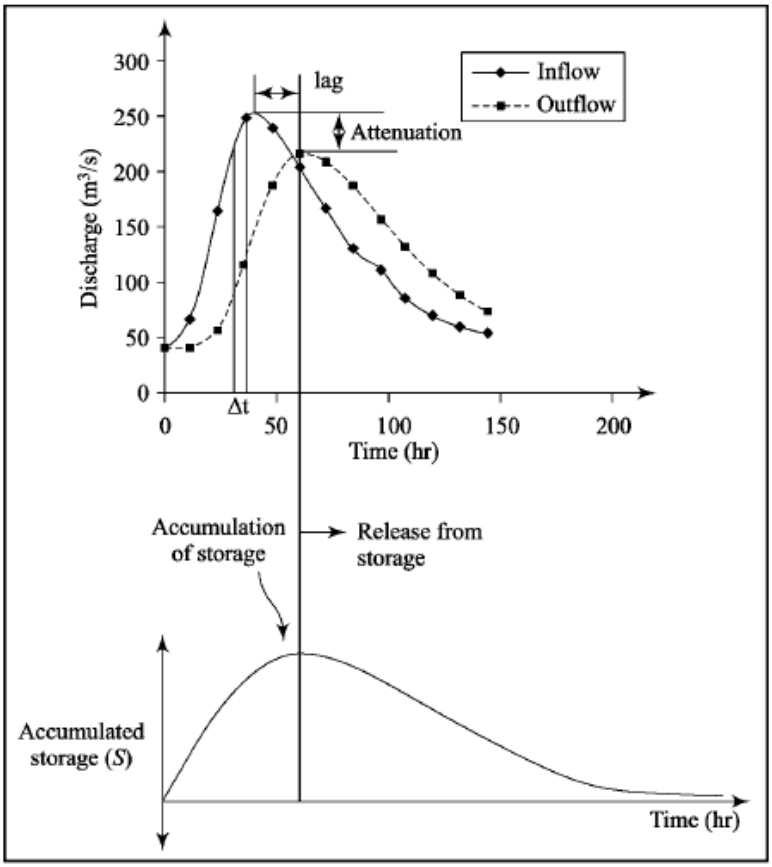
Εξίσωση Muskingum

Είναι το γραμμικό μοντέλο

$$S = K[xI + (1 - x)Q]$$

που ειναι γνωστό ως εξίσωση Muskingum. Εδώ το K είναι η σταθερή χρόνου του συστήματος και x είναι παράγοντας βάρους της επίδρασης του όρου του wedge storage.Το x είναι μικρότερο του 0.5 και τυπικά είναι γύρω από το 0.3. Η σταθερή χρόνου εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του καναλιού και εκφράζει το χρόνο απόκρισης του συστήματος (π.χ. τη διαφορά χρόνου των peak εκροών και εισροών).

Εκτίμηση των K και x. Το σχήμα δείχνει το τυπικό υδρογράφημα inflow και outflow.



Με δεδομένα στοιχεία εισροής-εκροής εξίσωση συνέχειας

$$(I_1 + I_2)\frac{\Delta t}{2} - (Q_1 + Q_2)\frac{\Delta t}{2} = \Delta S$$

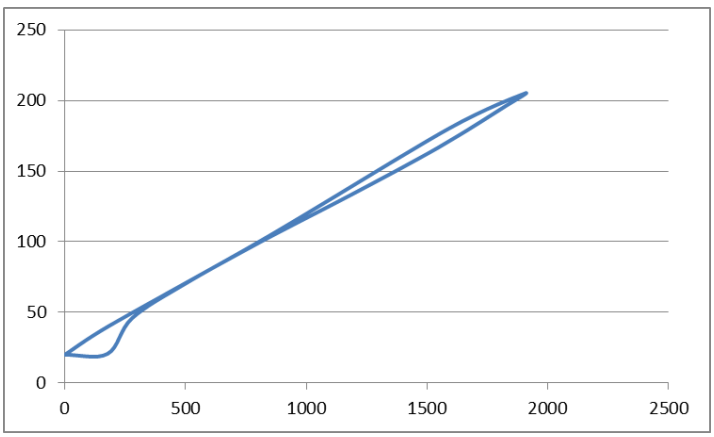
μπορούμε να βρούμε τη χρονοσειρά του storage S και να τη συγκρίνουμε με την αναμενόμενη σειρά όπως προβλέπεται από το μοντέλο Muskingum όπου η χρονοσειρά του S πρέπει να συμπίπτει με τη χρονοσειρά της ποσότητας $K(xI + (1-x)Q)$. Σχηματιζουμε τη γραφική παράσταση $K(xI + (1-x)Q)$ ως συνάρτηση του S (looping curve). Υπάρχει μόνο μία τιμή του x όπου ο ανοδικός κλάδος του S ως συνάρτηση του $K(xI + (1-x)Q)$ ταυτίζεται με τον καθοδικό. Στη συνέχεια η σταθερή χρόνου υπολογίζεται ως από την κλίση του γραφήματος S vs $K(xI + (1-x)Q)$. Αυτά υλοποιούνται στο παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα 1.
The following inflow and outflow hydrographs were observed in a river reach. Estimate the values of K and x applicable to this reach.

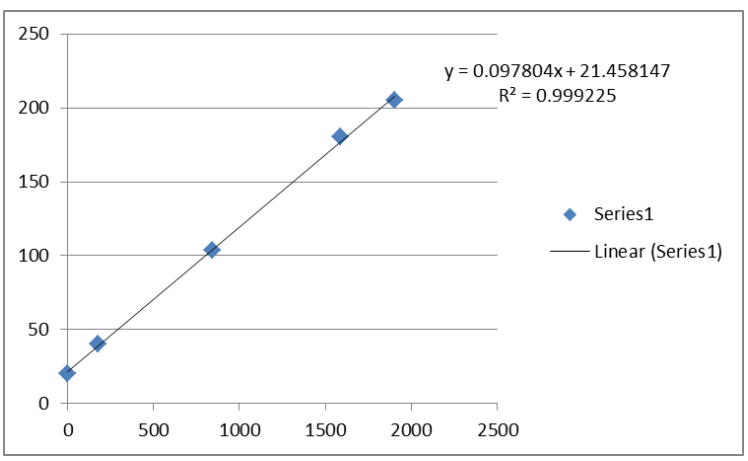
Time (hr)	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
Inflow (m^3/s)	20	80	210	240	215	170	130	90	60	40	28	16
Outflow (m^3/s)	20	20	50	150	200	210	185	155	120	85	55	23

Λύση
Χρησιμοποιούμε το βήμα Δt = 6 hr του πίνακα δεδομένων. Η λύση υλοποιείται στο **Excel (flood-1.xls):**

Η καμπύλη $K(xI+(1-x)Q)$ **ως συνάρτηση του S** παίρνει τη μορφή (**looping curve**)



για x=0.335. Επίσης, για αυτή την τιμή του x βρίσκουμε τη κλίση της ευθείας που ορίζεται μόνο από τον ανοδικό κλάδο του looping curve



Η σταθερή χρόνου είναι **K=1/κλίση=1/0.097804=10.22 hr**.

Muskingum Method of Routing

Η μέθοδος Muskingum για τον έλεγχο πλημμύρας προτάθηκε από τον McCarthy και τους συνεργάτες του (U.S. Army Corps of Engineers, 1960) σε μελέτες για τον έλεγχο πλημμύρας για τον ποταμό Muskingum στο Ohio, U.S.A. Από τότε χρησιμοποιείται ευρύτατα στη μελέτη υδραυλικών έργων για ποταμούς.

Το μοντέλο Muskingum προβλέπει μεταβολή του storage μέσα σε ένα τυχαίο διάστημα Δt=t2-t1 που δίνεται από

$$S_2 - S_1 = K[x(I_2 - I_1) + (1 - x)(Q_2 - Q_1)]$$

ενώ η εξίσωση συνέχειας που αναφέραμε ήδη είναι

$$S_2 - S_1 = \left(\frac{I_1 + I_2}{2}\right)\Delta t - \left(\frac{Q_1 + Q_2}{2}\right)\Delta t$$

Αυτές δίνουν το Q2 ως συνάρτηση των Q1, I1, I2.

$$Q_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 Q_1$$

όπου

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}, \quad C_1 = \frac{+Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}, \quad C_2 = \frac{+K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

Οι συντελεστές C0,C1,C2 ικανοποιούν τη σχέση C0+C1+C2=1, που είναι απαραίτητη ώστε να έχει το σύστημα στάσιμη κατάσταση.

Η αριθμητικά ευστάθεια του σχήματος επιβάλει το C0 να είναι θετικό. Επίσης το χρονικό βήμα πρέπει σίγουρα να είναι μικρότερο από τη σταθερή χρόνου του προβλήματος, ώστε να μπορεί περιγράψει καλά τις μεταβολές του. Αυτά συνεπάγονται ότι το χρονικό βήμα πρέπει να διαλέγεται ώστε να ικανοποιεί τη σχέση

$$2xK < \Delta t < K$$

Σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα routing η χρονοσειρά των I είναι γνωστή και οι παράμετροι K και x επίσης θα πρέπει να είναι γνωστοί. Η αρχική τιμή του Q είναι γνωστή διότι πρίν την πλημμύρα έχουμε στάσιμη κατάσταση οπότε Q=I.

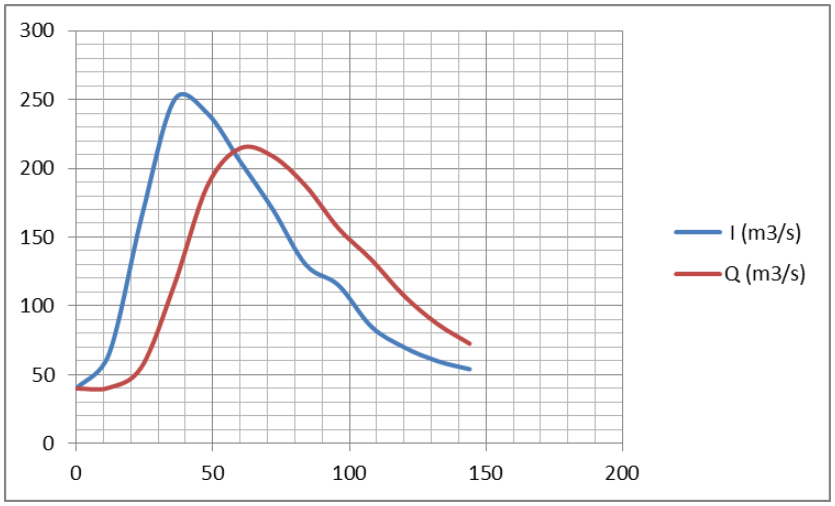
Επομένως στο **πρώτο Δt=t2-t1** έχουμε: I1, I2 = γνωστά και Q1=I1= γνωστό. Οπότε βρίσκουμε το Q2.
Στο **επόμενο Δt=t3-t2** έχουμε: I2, I3 = γνωστά και Q2= γνωστό από το προηγούμενο βήμα. Οπότε βρίσκουμε το Q3. Συνεχίζουμε έτσι μέχρι το τέλος της χρονοσειράς I.

Παράδειγμα 2.
Route the following hydrograph through a river reach for which K = 22.0 hr and x= 0.25. At the start of the inflow flood, the outflow discharge is 40 m3/s (stationary state).

Time (hr)	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144
Inflow (m^3/s)	40	65	165	250	240	205	170	130	115	85	70	60	54

Λύση
Έχουμε ότι K=22 hr και $2xK$=2 (22) (0.25)=11 hr. Οπότε έχουμε τον περιορισμό 11 hr <Δt <22 hr. Άρα αρκεί να διαλέξουμε το βήμα Δt = 12 hr του πίνακα δεδομένων. Η λύση υλοποιείται στο **Excel (flood-1.xls)** με το ακόλουθο αποτέλεσμα για τις χρονοσειρές I και Q.

data		
time (hr)	I (m3/s)	Q (m3/s)
0	40	40
12	65	40.55556
24	165	55.81481
36	250	115.9358
48	240	187.2145
60	205	214.589
72	170	208.6971
84	130	187.1697
96	115	156.3459
108	85	133.6281
120	70	107.3598
132	60	87.21234
144	54	72.56576



Παρατηρούμε ότι έχουμε **peak attenuation = 35 m3/s** και **peak translation = 24 hr**. Πρέπει να προσέξει κανείς ότι το peak translation είναι πολύ κοντά στην τιμή της σταθερής χρόνο K = 22 hr.

Στατιστική ανάλυση της γραμμικής παρεμβολής

Η γραμμική παρεμβολή μεταξύ δύο μεταβλητών χρειάζεται συχνά να συνοδεύεται και από εκτίμηση του διαστήματος εμπιστοσύνης των τιμών των παραμέτρων για ένα ορισμένο επίπεδο σημαντικότητας (δηλαδή, βαθμό εμπιστοσύνης). Αν X_i και Y_i είναι οι τιμές των μεταβλητών για τις οποίες εκτιμούμε μία σχέση της μορφής $Y=a+bX$ τότε οι σχέσεις για τους συντελεστές a και b δίνονται από

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

όπου φυσικά $\bar{y} = (1/n)\sum Y_i$ και $\bar{x} = (1/n)\sum X_i$. Οι υπολογισμοί αυτοί υλοποιούνται άμεσα στο Excel (trendline) το οποίο δίνει άμεσα και το συντελεστή συσχέτισης r που αναλυτικά δίνεται από

$$r = \sqrt{r^2} = \frac{[\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{[\sum(x_i - \bar{x})^2(y_i - \bar{y})^2]^{1/2}}$$

Το standard error S της παρεμβολής δίνεται από τη σχέση

$$S^2 = \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2)}$$

και διαμέσου αυτού υπολογίζουμε τα standard errors των συντελεστών της παρεμβολής

$$SE_a = S\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}\right)^{1/2} \qquad SE_b = \frac{S}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]^{1/2}}$$

όπου $\hat{y}_i$ είναι οι τιμές της μεταβλητής Y υπολογισμένες για τα δεδομένα X_i διαμέσου της παρεμβολής.

Τελικά μπορούμε να υπολογίσουμε το διάστημα εμπιστοσύνης για τους συντελεστές a και b:

$$l_a = a - t \times SE_a, \quad u_a = a + t \times SE_a$$
$$l_b = b - t \times SE_b, \quad u_b = b + t \times SE_b$$

όπου ο αριθμός t διαβάζεται από τους πίνακες της t-distribution για δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας και για βαθμούς ελευθερίας n–2, όπου n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων. Αυτά υλοποιούνται εύκολα και άμεσα στο Excel (**flood-1.xls**).

Παράδειγμα 3.
Να βρεθεί το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη σταθερή χρόνου K που υπολογίστηκε στο **παράδειγμα 1.**

Λύση στο Excel (**flood-1.xls**) χρησιμοποιώντας το **data analysis.**