ΦΡΑΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΕΣ μέρος 2

ΩΦΕΛΙΜΟΣ ΟΓΚΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ (συνέχεια)

Στα προηγούμενα παραδείγματα δουλέψαμε ουσιαστικά με μέσες τιμές εισροών ανά περίοδο (π.χ. ανά μήνα) για τη διάρκεια μιας χρονιάς. Ας υποθέσουμε τώρα ότι τα δεδομένα μας **περιλαμβάνουν τη διακύμανση** των εισροών από χρονιά σε χρονιά, δίνοντας τη χρονοσειρά εισροών ανά περίοδο (π.χ. ανά μήνα) για μερικές δεκαετίες, που έρχονται από ιστορικά δεδομένα για ένα δεδομένα ποταμό (ή από συνθετικές χρονοσειρές στο πλαίσιο μιας στοχαστικής ανάλυσης).

Σε μια τέτοια περίπτωση μία πρώτη ανάλυση περί ωφέλιμου όγκου δεν περιλαμβάνει λεπτομερείς εκτιμήσεις των απωλειών του ταμιευτήρα που πρόκειται να κατασκευαστεί, και η ζήτηση/απόληψη εκτιμάται σε ένα σταθερό ποσοστό της μέσης τιμής των εισροών για όλη τη δεδομένη διάρκεια. Η σταθερή αυτή απόληψη μπορεί ρεαλιστικά να κινείται μεταξύ του 60 ως 90% της μέσης τιμής των εισροών, ανάλογα με τη μεταβλητότητα των εισροών και των απωλειών. Συμπεριλαμβάνοντας τη διακύμανση των εισροών είμαστε σε θέση να προχωρήσουμε στον υπολογισμό ωφέλιμού όγκου λαμβάνοντας υπόψη την πιθανότητα αστοχίας (αδειάσματος) του ταμιευτήρα.

Παράδειγμα 4.
Μέθοδος διαδοχικών peak.
Δίνεται η ακόλουθη χρονοσειρά ιστορικών στοιχείων για την παροχή ενός ποταμού σε ένα συγκεκριμένο σημείο που πρόκειται να κατασκευαστεί φράγμα. Να βρεθεί ο ωφέλιμος όγκος K για σταθερή απόληψη ίση με το 75% της μέσης τιμής των εισροών.

	inflow Q (MCM)												
year	jan	feb	mar	apr	may	june	july	aug	sep	oct	noc	dec	**total**
1	56	32	32	38	31	113	189	529	217	152	80	84	1553
2	53	27	26	20	27	28	32	54	171	125	56	31	650
3	16	16	15	20	26	44	47	58	91	52	19	9	413
4	6	44	179	130	94	183	179	395	318	363	276	99	2266
5	43	19	14	33	44	44	42	60	93	58	31	28	509
6	88	22	46	27	20	32	101	63	100	136	52	23	710
7	14	12	12	12	112	149	347	215	316	232	149	64	1634
8	37	20	15	76	51	52	110	139	201	241	113	52	1107
9	22	12	12	17	64	39	64	43	39	46	26	17	401
10	14	16	7	14	16	56	42	154	146	101	89	30	685
11	14	44	69	47	44	91	444	302	164	162	109	58	1548
12	30	22	35	30	36	80	253	237	276	300	185	94	1578
13	57	33	22	23	67	69	59	81	126	158	252	65	1012
14	39	21	33	28	32	52	95	117	174	236	238	86	1151
15	35	49	67	130	44	49	79	113	164	220	167	73	1190
16	41	25	19	36	100	159	297	321	250	253	126	63	1690
17	28	16	22	49	120	534	312	207	472	260	349	241	2610
18	84	48	28	26	44	58	158	253	297	338	195	84	1613
19	59	65	28	30	46	64	68	149	122	80	249	153	1113
20	53	56	53	31	48	121	180	638	417	449	241	123	2410
21	139	64	88	481	414	548	513	456	402	382	231	116	3834
22	54	36	38	32	42	65	117	69	69	132	60	43	757
23	43	22	17	21	89	105	191	471	165	426	154	72	1776
24	32	26	36	44	23	39	42	96	245	211	96	46	936
25	23	15	11	20	148	112	217	279	223	218	132	75	1473
26	37	17	22	33	32	41	78	111	139	95	58	54	717
27	32	19	12	16	41	139	86	144	127	169	90	53	928
28	44	28	16	15	49	46	60	141	163	137	105	46	850
29	17	14	12	22	26	80	451	271	305	421	178	91	1888
30	32	15	14	16	19	22	28	67	152	78	62	48	553
31	15	14	15	12	25	44	68	136	212	242	152	204	1139
32	58	22	16	15	15	15	20	35	52	91	20	10	369
33	7	2	1	6	80	128	51	222	155	342	163	73	1230
34	35	20	27	42	43	84	178	132	197	115	75	62	1010

Λύση:

● **Υπολογίζουμε τη χρονοσειρά της αθροιστικής διαφοράς εισροών απολήψεων,**

Σ(εισροών)–Σ(απολήψεων)

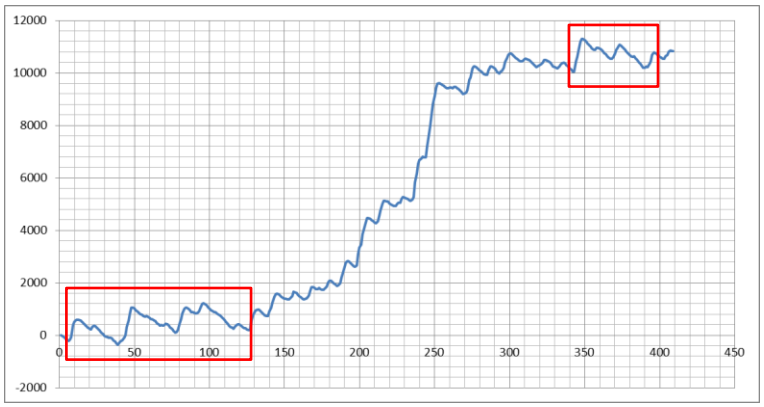
όπως στα προηγούμενα παραδείγματα.

● **Εντοπίζουμε τα διαδοχικά μέγιστα P_i, και για το κάθε ένα από αυτά το αμέσως επόμενο ελάχιστο T_i. Σχηματίζουμε τις διαφορές P_i–T_i.**

● **Η ωφέλιμη χωρητικότητα υπολογίζεται ως το μέγιστο αυτών των διαφορών: K=max(P_i–T_i)**.

Στο πρόβλημα αυτό έχουμε μία χρονοσειρά 34×12=408 περιόδων (μηνών). Με σταθερό ρυθμό απολήψεων στο 75% της μέσης παροχής έχουμε: Η μέση παροχή στο σύνολο της διάρκειας υπολογίζεται στα 106.1 MCM/month. Επομένως η απόληψη είναι 0.75×106.1=79.6 MCM/month.

● Κατασκευάζουμε τη χρονοσειρά Σ(εισροών)-Σ(απολήψεων) για τη διάρκεια των 408 εβδομάδων.
● Εντοπίζουμε τις περιοχές με τη μεγαλύτερη διαφορά μεγίστων και ελαχίστων (παρακάτω σχήμα). Τα μέγιστα και ελάχιστα υπολογίζονται χωρίς να λαμβάνονται υπόψη ενδιάμεσες διακυμάνσεις.



● Βρίσκουμε τα εξής:

για την πρώτη περιοχή,
max: 95^{ος} μήνας→1228 MCM
min: 125^{ος} μήνας→196 MCM

επομένως, P–T=1228–196=1032 MCM,

ενώ για τη δεύτερη περιοχή,
max: 348^{ος} μήνας→11301.2 MCM
min: 389^{ος} μήνας→101964.2 MCM

επομένως, P–T=11301.2–101964.2 =1107 MCM.

● Καταλήγουμε ότι **K=1107 MCM**. Η διάρκεια των **41 μηνών** από το max στο min, που αντιστοιχεί σε πλήρες γέμισμα και άδεισμα, αντίστοιχα, του ταμιευτήρα, ονομάζεται **κρίσιμη περίοδος**.

Οι υπολογιστικές λεπτομέρειες της ανάλυσης υλοποιούνται στο Excel (dams-2.xls).

Παράδειγμα 5.
Μέθοδος προσομοίωσης (behavior/simulation method).

Να λυθεί το πρόβλημα του προηγούμενου παραδείγματος (i) με πιθανότητα αστοχίας 5% (ii) με οριακή πιθανότητα αστοχίας 0%, ώστε να επιβεβαιωθεί το αιτιοκρατικό (deterministic) αποτέλεσμα του προηγούμενου παραδείγματος.

Λύση:

● Διαλέγουμε μία αυθαίρετη τιμή για το K. Διαλέγουμε αρχικό storage S_1 ίσο με K, δηλαδή ξεκινάμε με γεμάτο ταμιευτήρα.

● Υπολογίζουμε τη χρονοσειρά του storage S_{t+1} δηλαδή της τιμής του αποθηκευμένου όγκου στο τέλος κάθε περιόδου (μήνα) με βάση τη διατήρηση της μάζας:

$S_{t+1}=S_t+Q_t-Y_t$,

όπου εδώ έχουμε διαλέξει $Y_t=0.75Q_t$ και δεν περιλαμβάνουμε άμεσα τις απώλειες. Φυσικά, πρέπει να έχουμε

$0\leq S_{t+1}\leq K$

για κάθε t. Αυτό υλοποιείται εύκολα:

$S_{t+1}=\text{if}(S_t+Q_t-Y_t>0,(\ldots),0)$

όπου

$(\ldots)=\text{if}(S_t+Q_t-Y_t<K,\ S_t+Q_t-Y_t,K)$.

● **Η πιθανότητα αστοχίας pf ορίζεται ως**

pf = (αριθμός περιόδων με τελικό storage=0)/(ολικός αριθμός περιόδων)

Για την αυθαίρετη τιμή του K που διαλέξαμε υπολογίζουμε την pf. Όσο μεγαλώνουμε το K προφανώς μειώνεται η pf. Με δοκιμές, ή με Solver στο Excel, βρίσκουμε

pf=5% → K=757 MCM

και

pf=0% → K=1107 MCM

επιβεβαιώνοντας την προηγούμε ανάλυση με διαδοχικά peak.

● Μία άλλη ενδιαφέρουσα ανάλυση είναι να υποθέσουμε τη δυσμενέστερη περίπτωση, αρχικό storage = 0.

pf=5% → K=827 MCM

ενώ η περίπτωση pf=0% δεν έχει νόημα.

Οι υπολογιστικές λεπτομέρειες της ανάλυσης υλοποιούνται στο Excel (dams-2.xls).

Παράδειγμα 6.
Αναλυτικές μέθοδοι

Στατιστικές μέθοδοι που μεταφράζουν τη μεταβλητότητα των εισροών σε συγκεκριμένες στατιστικές κατανομές δίνουν μία διαφορετική προσέγγιση στην εκτίμηση του ωφέλιμου όγκου. Εκ φύσεως οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούν την έννοια της πιθανότητας αστοχίας (probability of storage failure), που αναφέραμε ήδη, με οργανικό τρόπο. Θα αναλύσουμε τη μέθοδο του Alexander (1962).

Ξεκινάμε με την πιθανότητα και το χρόνο επαναφοράς της αστοχίας, Pr (σε κάθε χρονιά) και Tr (σε χρόνια), αντίστοιχα. Ανάλογα με αυτά που μάθαμε στις πλυμμήρες

Pr=1/Tr

Επομένως χρόνος επαναφοράς 20 χρόνια αντιστοιχεί σε πιθανότητα αστοχίας (σε κάθε χρονιά) ίση με 1/20=0.05=5%.

Η υπόθεση τώρα είναι ότι οι ετήσιες παροχές ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη στατιστική κατανομή. Δηλαδή, η πιθανότητα οι εισροές σε μία χρονιά να είναι μεταξύ Q και Q+dQ είναι

f(Q)dQ

όπου f(Q) είναι μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Θα χρησιμοποιήσουμε την κατανομή Γάμμα. Σε αυτήν

$$f(Q) = \frac{Q^{a-1}e^{-Q/b}}{b^a\Gamma(a)}$$

όπου $\Gamma(a)$ είναι η συνάρτηση Γάμμα. Η πιθανότητα η παροχή να είναι μικρότερη ή ίση μιας ορισμένης τιμής Q είναι φυσικά

$$P(<Q) = \int_0^Q \frac{Q^{a-1}e^{-Q/b}}{b^a\Gamma(a)}dQ$$

που είναι η πιθανότητα αστοχίας και είναι ίση με 1/Tr για το δεδομένο Q.

● Οι παράμετροι της κατονομής εκτιμώνται από την **<u>ετήσια</u>** χρονοσειρά της παροχής, ως εξής: Υπολογίζουμε την ποσότητα

$$A = \ln\overline{Q} - \overline{\ln Q} = \ln(\frac{\Sigma Q}{n}) - \frac{\Sigma \ln Q}{n}$$

(για μια χρονοσειρά *n* χρόνων) και στη συνέχεια την παράμετρο *a* από τη σχέση

$$a = \frac{1+\sqrt{1+\frac{4A}{3}}}{4A}$$

ενώ η παράμετρος *b* δίνεται από

$$b = \frac{\bar{Q}}{a}$$

Η κατανομή Γάμμα έχει την εξής ιδιότητα: αν Q1, Q2, … ,Qn είναι Γάμμα τυχαίες μεταβλητές για τις ίδιες παραμέτρους a, b, τότε η τυχαία μεταβλητή Q1+Q2+…+Qn είναι Γάμμα τυχαία μεταβλητή με παραμέτρους na, b. Αυτή η ιδιότητα υποβάλει άμεσα μια μεθοδολογία:

● Από τη χρονοσειρά των ετήσιων παροχών υπολογίζουμε τα a,b. Αυτά σύμφωνα με την υπόθεση ορίζουν την κατονομή πιθανότητας για **οποιαδήποτε μία** χρονιά.

● Η **αθροιστική παροχή** Q1+Q2+…+Qn για n διαδοχικές χρονιές ακολουθεί κατανομή με παραμέτρους na, b.

● Οι διαφορετικές τιμές n=1,2,3,…, διατρέχουν τις διαφορετικές χρονιές και αντιστοιχούν σε ένα διαφορετικό na. Για δεδομένη πιθανότητα P=1/Tr, η αντίστροφη κατανομή πιθανότητας δίνει, για κάθε n και επομένως na, τις τιμές τις (μοντελοποιημένης) αθροιστικής παροχής που αντιστοιχούν στη χρονιά n.

● Για δεδομένη σταθερή απόληψη, σχηματίζουμε όπως πάντα τη χρονοσειρά Σ(εισροών)–Σ(απολήψεων). Η μορφή της είναι απλή και δίνει τον **ωφέλιμο όγκο** αλλά και την **κρίσιμη περίοδο** (περίοδος από τελείως γεμάτο έως τελείως άδειο ταμιευτήρα).

<u>Πρόβλημα</u>

Να λυθεί το πρόβλημα των προηγούμενων παραδειγμάτων με πιθανότητα αστοχίας 5% με την παρούσα μέθοδο.

Λύση: Από τις ετήσιες παροχές υπολογίζουμε τις παραμέτρους a,b, σύμφωνα με τους τύπους που δίνονται πιο πάνω.

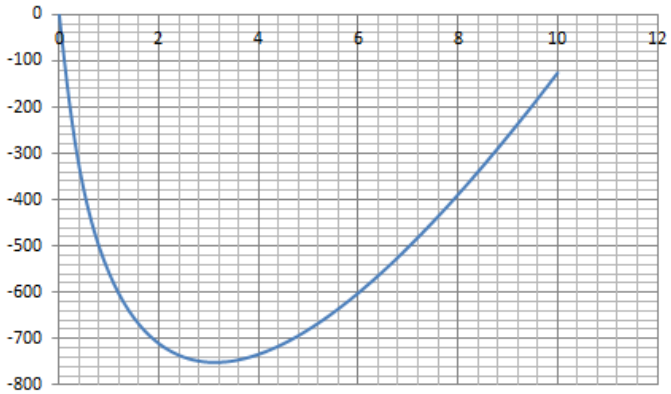
year	annual total	log annual total	year	annual total	log annual total
1	1553	7.347943823	18	1613	7.385851078
2	650	6.476972363	19	1113	7.014814351
3	413	6.023447593	20	2410	7.787382026
4	2266	7.725771442	21	3834	8.251663924
5	509	6.232448017	22	757	6.629363253
6	710	6.56526497	23	1776	7.482118924
7	1634	7.398786275	24	936	6.841615476
8	1107	7.009408933	25	1473	7.295056416
9	401	5.993961427	26	717	6.575075841
10	685	6.529418838	27	928	6.833031733
11	1548	7.344719054	28	850	6.745236349
12	1578	7.363913501	29	1888	7.543273347
13	1012	6.91968385	30	553	6.315358002
14	1151	7.048386409	31	1139	7.037905963
15	1190	7.081708586	32	369	5.910796644
16	1690	7.432483808	33	1230	7.114769448
17	2610	7.8671055	34	1010	6.91770561
				mean Q (MCM/year)	**1273.617647**
				mean lnQ	**7.001**
				A	**0.148**
				a	**3.529**
				b	**360.886**

● Κατασκευάζουμε τη σειρά na, όπου παίρνουμε το n και κλασματικό με την έννοια του αναλυτικού interpolation μεταξύ των ακέραιων τιμών.

● Στη συνέχεια, η συνάρτηση GAMMA.INV(P,a,b) του Excel μας επιτρέπει, για τη δεδομένη πιθανότητα αστοχίας P=0.05 και το b που βρήκαμε, να υπολογίσουμε για κάθε n και na την αθροιστική παροχή ΣQ.

● Η ετήσια απόληψη είναι 76.9×12=955.2 MCM. Σχηματίζουμε την ΣQ–ΣY.

● Η αρχική τιμή της ΣQ–ΣY θεωρείται το 0. Επίσης ο ταμιευτήρας θεωρείται κατά σύμβαση αρχικά γεμάτος. Η καμπύλη ΣQ–ΣY παρουσιάζει ελάχιστο στα 751 MCM που εμφανίζεται στα 3.1 χρόνια ή 37.2 μήνες. Έχουμε επομένως **ωφέλιμο όγκο 751 MCM και κρίσιμη περίοδο 37.2 μηνών.** Και τα δύο αυτά αποτελέσματα συμφωνούν με τις εκτιμήσεις των προηγούμενων μεθόδων.



ΣQ–ΣY συνάρτηση του χρόνου (για τα 10 πρώτα χρόνια)

Οι υπολογιστικές λεπτομέρειες της ανάλυσης υλοποιούνται στο Excel (dams-2.xls).

Βιβλιογραφία

Reservoir capacity and yield, T. A. McMahon & R. G. Mein, Elsevier scientific publishing company, 1978
Dams and Reservoirs: Planning and Engineering, Iqtidar Siddiqui, Oxford University Press, 2008
Water resources management, D. Stephenson, CRC Press, 2003