

### Υποκεφάλαιο 4.1 Τα διανύσματα μετατόπισης, ταχύτητας και επιτάχυνσης

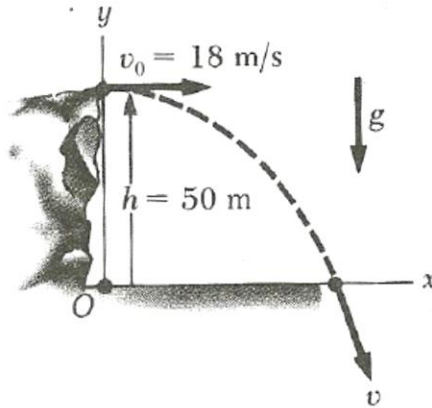
1. Υποθέστε ότι η τροχιά ενός σωματίου δίνεται από τη σχέση:  $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$ , όπου  $x(t) = at^2 + bt$  και  $y(t) = ct + d$ , όπου  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $d$  είναι σταθερές που έχουν τις κατάλληλες διαστάσεις. Ποια μετατόπιση κάνει το σωματίο μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t = 1$  s και  $t = 3$  s;
2. Υποθέστε ότι η συνάρτηση τού διανύσματος θέσης για ένα σωματίο δίνεται ως  $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$  με  $x(t) = at + b$  και  $y(t) = ct^2 + d$ , όπου  $a = 1$  m/s,  $b = 1$  m,  $c = 1/8$  m/s<sup>2</sup> και  $d = 1$  m. (a) Υπολογίστε τη μέση ταχύτητα κατά το χρονικό διάστημα  $t = 2$  s έως  $t = 4$  s. (b) Προσδιορίστε την ταχύτητα κατά τη χρονική στιγμή  $t = 2$  s.
3. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση τού διανύσματος τής μέσης ταχύτητας τής άκρης τού δείκτη που δείχνει τα λεπτά μήκους 5.0 cm όταν ο χρόνος μεταβάλλεται από 4:15 έως 4:30.
4. Μια κατσαρίδα προχωρεί αργά πάνω στο τραπέζι μιας κουζίνας με σταθερή επιτάχυνση σύμφωνα με τη σχέση  $\mathbf{a} = (0.3\mathbf{i} - 0.2\mathbf{j})$  cm/s<sup>2</sup>. Αυτή ξεκινά από ένα σημείο  $(-4, 2)$  cm κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  με ταχύτητα  $\mathbf{v}_0 = 1.0\mathbf{j}$  cm/s. (a) Ποιες είναι οι συνιστώσες τού διανύσματος τής ταχύτητάς της και τού διανύσματος θέσης της σε κάθε χρονική στιγμή  $t$ ; (b) Ποιο είναι το μέτρο και η κατεύθυνση τής ταχύτητας και τού διανύσματος θέσης όταν  $t = 10.0$  s;

### Υποκεφάλαιο 4.2 Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση σε δύο διαστάσεις

5. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ένα σωματίο που κινείται πάνω στο επίπεδο  $xy$  με σταθερή επιτάχυνση έχει ταχύτητα  $\mathbf{v}_0 = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$  m/s στην αρχή. Σε χρόνο  $t = 3$  s, η ταχύτητά του είναι  $\mathbf{v} = (9\mathbf{i} + 7\mathbf{j})$  m/s. Βρείτε (a) την επιτάχυνση τού σωματίου και (b) τις συντεταγμένες του σε οποιονδήποτε χρόνο  $t$ .
6. Ένα σωματίο ξεκινά ενώ ήταν ακίνητο, κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στην αρχή, και κινείται στο επίπεδο  $xy$  με σταθερή επιτάχυνση  $\mathbf{a} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$  m/s<sup>2</sup>. Αφού περάσει χρόνος  $t$ , προσδιορίστε (a) τις συνιστώσες  $x$  και  $y$  τής ταχύτητας, (b) τις συντεταγμένες τού σωματίου και (c) την ταχύτητα τού σωματίου.
7. Ένα ψάρι κολυμπάει σε οριζόντιο επίπεδο και έχει ταχύτητα  $\mathbf{v}_0 = (4\mathbf{i} + \mathbf{j})$  m/s σε ένα σημείο τού ωκεανού τού οποίου η απόσταση από έναν ορισμένο βράχο είναι  $\mathbf{r}_0 = (10\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$  m. Αφού κολυμπήσει με σταθερή επιτάχυνση για 20.0 s, η ταχύτητά του είναι  $\mathbf{v} = (20\mathbf{i} - 5\mathbf{j})$  m/s. (a) Ποιες είναι οι συνιστώσες τής επιτάχυνσης; (b) Ποια είναι η κατεύθυνση τής επιτάχυνσης σε σχέση με το μοναδιαίο διάνυσμα  $\mathbf{i}$ ; (c) Πού βρίσκεται το ψάρι στον χρόνο  $t = 25$  s και σε ποια κατεύθυνση κινείται;

**Υποκεφάλαιο 4.3 Κίνηση βλημάτων** (Παραλείψτε την αντίσταση τού αέρα σε όλα τα προβλήματα)

10. Ένας σπουδαστής βρίσκεται στην άκρη ενός βράχου και ρίχνει οριζόντια μια πέτρα με ταχύτητα 18 m/s. Ο βράχος έχει ύψος 50 m πάνω από μια ομαλή οριζόντια παραλία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή της ρίψης η πέτρα θα χτυπήσει στην παραλία κάτω από τον βράχο; Με ποια ταχύτητα και ποια γωνία θα σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο τη στιγμή που θα προσκρούσει στο έδαφος;



16. Ένας αθλητής ρίχνει μια μπάλλα με τεντωμένα χέρια 2.3 m πάνω από το έδαφος με γωνία  $60^\circ$ , ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η μπάλλα χτυπάει στο έδαφος σε απόσταση 20.5 m μακριά από το σημείο βολής, και 0.60 m λιγότερο από το ρεκόρ. (a) Ποιες είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας όταν χτυπήσει το έδαφος. (b) Ποιο θα είναι το βεληνεκές αν ο αθλητής ρίξει την μπάλλα με γωνία  $45^\circ$  από ύψος 2.2 m; (Υποθέστε ότι η αρχική ταχύτητα είναι αμετάβλητη).

13. Ένα βλήμα βάλλεται από το έδαφος με ταχύτητα  $v = (12.0i + 24.0j)$  m/s. (a) Ποιες είναι η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσες της ταχύτητας μετά από 4 s; (b) Ποιες είναι οι συντεταγμένες τού σημείου στο οποίο το ύψος είναι μέγιστο;

19. Λέγεται ότι όταν ήταν νεαρός, ο George Washington πέταξε ένα ασημένιο δολάριο στην απέναντι όχθη ενός ποταμού. Αν υποθεθεί ότι το ποτάμι είχε πλάτος 75 m, (a) ποια ελάχιστη αρχική ταχύτητα ήταν απαραίτητη ώστε να φτάσει το νόμισμα στην απέναντι όχθη και (b) ποιος ήταν ο χρόνος πτήσης τού νομίσματος;

22. Η μέγιστη οριζόντια απόσταση που μπορεί ένας παίκτης τού μπέιζμπωλ να πετάξει την μπάλλα είναι 150 m. Σε μια βολή, ο παίκτης αυτός χτυπάει την μπάλλα έτσι ώστε αυτή να έχει την ίδια αρχική ταχύτητα με την ταχύτητα που θα είχε σε μια βολή μέγιστου βεληνεκούς, αλλά να σχηματίζει γωνία  $20^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο. Σε ποια απόσταση από το σημείο βολής θα χτυπήσει η μπάλλα το έδαφος;

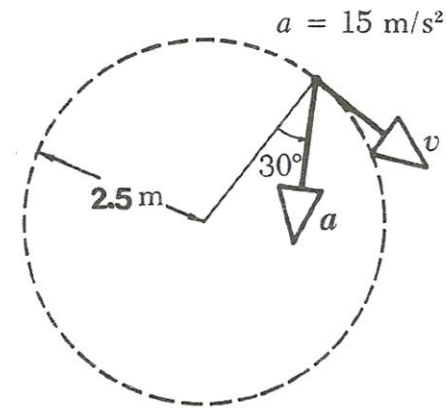
26. Το βλήμα που εκτοξεύεται από ένα πυροβόλο το οποίο λειτουργεί με πεπιεσμένο αέρα έχει αρχική ταχύτητα 30.0 m/s και σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Αν η πίεση τού αέρα ελαττωθεί ώστε να προσδίδεται στο βλήμα αρχική ταχύτητα 27.0 m/s, κατά ποια γωνία πρέπει να βάλλει το πυροβόλο για να επιτυγχάνεται το ίδιο βεληνεκές; Υποθέστε ότι το βλήμα επιστρέφει στο αρχικό του ύψος και στις δύο περιπτώσεις.

#### Υποκεφάλαιο 4.4 Ομαλή κυκλική κίνηση

27. Βρείτε την επιτάχυνση ενός σωματίου που κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $8 \text{ m/s}$  πάνω σε έναν κύκλο ακτίνας  $2 \text{ m}$ .
28. Ο νεαρός Δαβίδ που σκότωσε τον Γολιάθ πειραματίστηκε με σφεντόνες προτού αντιμετωπίσει τον γίγαντα. Έτσι βρήκε ότι με μια σφεντόνα μήκους  $0.6 \text{ m}$  μπορούσε να πετύχει  $8$  στροφές/s στο όπλο του. Αν αύξανε το μήκος στα  $0.9 \text{ m}$ , μπορούσε να περιστρέφει τη σφεντόνα μόνο  $6$  στροφές ανά δευτερόλεπτο. (a) Ποια περιστροφή δίνει τη μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα; (b) Ποια είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση στις  $8$  στροφές/s; (c) Ποια είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση στις  $6$  στροφές/s;
30. Από τις πληροφορίες και τα στοιχεία που περιέχονται στον πίνακα της εσωτερικής πλευράς του πρόσθιου εξωφύλλου του διβλίου μας υπολογίστε την ακτινική επιτάχυνση ενός σημείου πάνω στην επιφάνεια του ισημερινού της Γης.
34. Ένας τροχός αυτοκινήτου ακτίνας  $0.5 \text{ m}$  περιστρέφεται με σταθερό ρυθμό  $200$  στροφών το λεπτό. Υπολογίστε την ταχύτητα και επιτάχυνση μιας μικρής πέτρας που έχει σφηνωθεί στο χείλος του ελαστικού (στην εξωτερική άκρη του).

#### Υποκεφάλαιο 4.5 Εφαπτομενική και ακτινική επιτάχυνση στην καμπυλόγραμμη κίνηση

35. Στο Σχήμα 4.24 απεικονίζεται η ολική επιτάχυνση ενός σωματίου που κινείται πάνω σε έναν κύκλο ακτίνας  $2.5 \text{ m}$  κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού σε μία ορισμένη χρονική στιγμή. Σε αυτήν τη στιγμή βρείτε (a) την κεντρομόλο επιτάχυνση, (b) την ταχύτητά του σωματίου και (c) την εφαπτομενική επιτάχυνσή του.



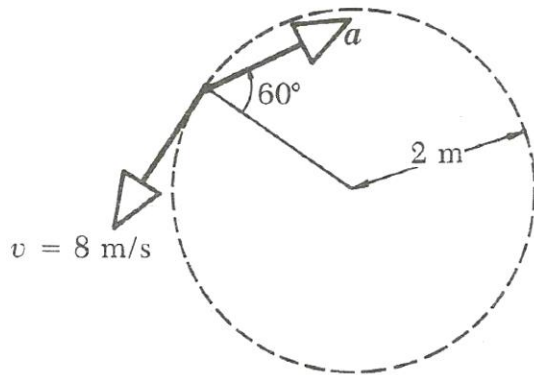
Σχήμα 4.24 (Πρόβλημα 35).

36. Η ταχύτητα ενός σωματίου που κινείται σε κύκλο ακτίνας  $2 \text{ m}$  αυξάνεται με σταθερό ρυθμό  $3 \text{ m/s}^2$ . Σε κάποια στιγμή, το μέτρο της ολικής επιτάχυνσης είναι  $5 \text{ m/s}^2$ . Για αυτήν τη στιγμή, βρείτε (a) την κεντρομόλο επιτάχυνση του σωματίου και (b) την ταχύτητά του.

## ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

37. Ένα τρένο ελαττώνει την ταχύτητά του σε μία απότομη οριζόντια καμπή, από 90 km/h, σε 50 km/h στη διάρκεια των 15 s που χρειάζεται για να περάσει την καμπή. Η ακτίνα της καμπής είναι 150 m. Υπολογίστε την επιτάχυνση κατά την στιγμή που η ταχύτητα του τρένου φτάνει τα 50 km/h.

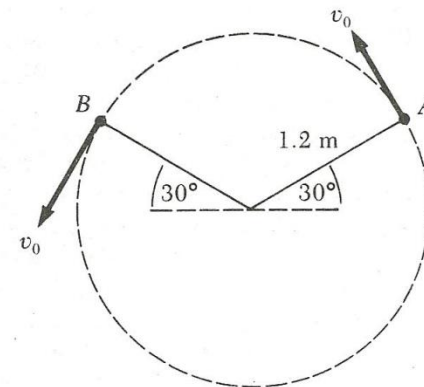
40. Σε μία χρονική στιγμή, ένα σωματίο που κινείται αντίθετα προς τους δείκτες τού ρολογιού σε έναν κύκλο ακτίνας 2 m έχει ταχύτητα 8 m/s και η ολική επιτάχυνσή του κατευθύνεται όπως δείχνει το Σχήμα 4.25. Σε αυτήν τη στιγμή, προσδιορίστε (a) την κεντρομόλο επιτάχυνση τού σωματίου, (b) την εφαπτομενική επιτάχυνση και (c) το μέτρο της ολικής επιτάχυνσης.



Σχήμα 4.25 (Πρόβλημα 40).

54. Ένα παιδί πετά μια μπάλλα στον αέρα με όλη του τη δύναμη και μετά τρέχει όσο πιο γρήγορα μπορεί κάτω από την μπάλλα για να την πιάσει. Αν η μέγιστη ταχύτητα στη ρίψη της μπάλλας είναι 20 m/s και ο καλύτερος χρόνος τού παιδιού σε μία διαδρομή 20 m είναι 3 s, σε ποιο ύψος θα φτάσει η μπάλλα;

61. Μια πέτρα στο άκρο μίας σφεντόνας στριφογυρίζει σε κατακόρυφο κύκλο ακτίνας 1.2 m με σταθερή ταχύτητα  $v_0 = 1.5$  m/s, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.26. Το κέντρο περιστροφής της σφεντόνας βρίσκεται σε ύψος 1.5 m πάνω από το έδαφος. Ποιο είναι το βεληνεκές της πέτρας αν ελευθερωθεί από τη σφεντόνα όταν αυτή σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο (a) στο σημείο A; (b) στο σημείο B; Ποια είναι η επιτάχυνση της πέτρας (c) ακριβώς προτού ξεφύγει από το A; (d) ακριβώς μόλις ξεφύγει από το A;



Σχήμα 4.26 (Πρόβλημα 61).

- 79.** Ένας χιονοδρόμος-άλτης εγκαταλείπει την πίστα με ταχύτητα  $10 \text{ m/s}$  που σχηματίζει γωνία  $15^\circ$  πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.28. Η πλαγιά έχει γωνία κλίσης  $50^\circ$  και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Βρείτε (a) την απόσταση που διανύει ο άλτης ώσπου να προσγειωθεί στην πλαγιά και (b) τις συνιστώσες της ταχύτητάς του ακριβώς προτού προσγειωθεί. (Πώς νομίζετε ότι θα επηρεαστούν τα αποτελέσματα αν λάβουμε υπ' όψιν και την αντίσταση του αέρα; Σημειώστε ότι οι άλτες γέρνουν προς τα εμπρός ώστε να πάρουν αεροδυναμικό σχήμα με τα χέρια τους στα πλευρά τους για να αυξήσουν την απόσταση τού άλματός τους. Γιατί αυτό αποδίδει;).

